



*Formação Inicial
de Professores
de Matemática
na Educação*

Básica:

*um trabalho
em imersão
via tarefas
investigativas
e resolução
de problemas*

Willian Beline (Org.)

Willian Beline (Org.)

*Formação Inicial de
Professores
de Matemática
na Educação
Básica:
um trabalho
em imersão
via tarefas
investigativas
e resolução
de problemas*

União da Vitória - Paraná
Gráfica e Editora Kaygangue Ltda.
2014

Formação Inicial de Professores de Matemática na Educação Básica:
um trabalho em imersão via tarefas investigativas e resolução de problemas

Autores

Bruno Moreno Francisco
Carla Larissa Halum Rodrigues
Daniela Miray Igarashi
Elaine Cristina Sturion
Eliane Siviero da Silva
Greicy Kelly Delfino Martinhago
Isadora Cristina Molina Oliveira
Karina Dezilio
Lucimara dos Santos
Luis Henrique Baltazar
Maise Silva Leite
Natalia Matias Gomes Cangussu Ieger
Ronalti Walaci Santiago Martin
Suélen Rita Andrade Machado
Suzana Domingues da Silva
Tamires Vieira Calado

Organizador

Willian Beline

Diagramação

Luciane Mormello Gohl

Capa

Fernando César Gohl

Impressão

Gráfica e Editora Kayganguê Ltda.

Sumário

O PIBID e a formação de professores de matemática	
<i>Willian Beline</i>	5

PARTE I

A contribuição do PIBID em nossa formação	
<i>Lucimara dos Santos e Tamires Vieira Calado</i>	13
Uma moça que aprendeu a pensar diferente depois de entrar no PIBID de repente	
<i>Daniela Miray Igarashi</i>	21
O tempo parecia pouco, e a gente parecia muito	
<i>Bruno Moreno Francisco</i>	27
A ação do PIBID em meu futuro	
<i>Suélen Rita Andrade Machado</i>	33
Eu e a matemática	
<i>Elaine Cristina Sturion</i>	35
Caminhos trilhados para o ser professor: PIBID uma nova formação	
<i>Ronalti Walaci Santiago Martin</i>	37
Caminhos trilhados para o ser professor: PIBID uma nova formação	
<i>Eliane Siviero da Silva</i>	43
PIBID: uma dádiva em minha vida	
<i>Greicy Kelly Delfino Martinhago</i>	47
PIBID contribuindo para a formação profissional	
<i>Carla Larissa Halum Rodrigues</i>	51
PIBID: um pilar mestre em minha construção acadêmica	
<i>Luis Henrique Baltazar</i>	55
“Professor: ser ou não ser eis a questão”	
<i>Isadora Cristina Molina Oliveira</i>	59

A importância do PIBID em minha formação enquanto docente	
<i>Karina Dezilio</i>	63
PIBID, a cada novo olhar uma nova experiência	
<i>Suzana Domingues da Silva</i>	69
O PIBID e minha formação	
<i>Maisa Silva Leite</i>	73
O PIBID e minha formação	
<i>Natalia Matias Gomes Cangussu Ieger</i>	77

PARTE II

O caso “números estrelados”: um, oito, vinte e um, quarenta...	
<i>Bruno Moreno Francisco, Daniela Miray Igarashi e Willian Beline</i>	85
A investigação matemática como metodologia de ensino: análise da atividade poliedros	
<i>Elaine Cristina Sturion e Suélen Rita Andrade Machado</i>	107
Investigação matemática: a construção de figuras geométricas por meio de dobragens e cortes	
<i>Lucimara dos Santos, Tamires Vieira Calado e Willian Beline</i> ...	119
Investigações na sala de aula: análise da tarefa cadeia de números	
<i>Eliane Siviero da Silva e Ronalti Walaci Santiago Martin</i>	133
Análise da tarefa: investigações com espelho I em uma turma do ensino médio	
<i>Carla Larissa Halum Rodrigues e Greicy Kelly Delfino Martinhago</i>	149
Investigar: descobrir a prática por trás da teoria	
<i>Isadora Cristina Molina Oliveira e Luis Henrique Baltazar</i>	165
Investigando a matemática por meio de hexágonos regulares	
<i>Karina Dezilio e Suzana Domingues da Silva</i>	181
Investigação matemática como uma prática pedagógica	
<i>Maisa Silva Leite e Natalia Matias Cangussu Ieger</i>	197

O PIBID e a formação de professores de matemática

Willian Beline

Nesta parte do livro vou contar algumas histórias que aparentemente apresentam pouca relação, no entanto, ao final, perceberá que estão intrinsecamente ligadas.

História 1...

Se perguntarmos para quem faz Matemática o que o levou a fazer tal escolha, alguns dirão: “Ah, é que eu gostava de Matemática e tirava boas notas, acabei fazendo...”.

Este tipo de resposta não é um caso isolado, pois ao questionar estudantes do 1º ano de Matemática há alguns anos tenho obtido esta mesma resposta. Raros são os casos em que dizem: “Faço Matemática porque quero ser professor...”.

Isso mesmo, isto acontece inclusive no 4º ano do curso.

E não é algo que “li” em algum artigo. São afirmações que presencio há anos com nossos alunos aqui da universidade.

História 2...

Comecei Matemática em 1998. Na realidade meu desejo era algum curso na área tecnológica, o que não foi possível devido às condições financeiras de minha família.

Mas quando fiquei sabendo que teria o Curso de Matemática, uau, não perdi a chance. Preparei-me e fui para o vestibular.

Afinal, era bom aluno em Matemática, na Educação Básica, tirava boas notas, e como não havia curso de tecnologia em minha cidade naquela época, fiz Matemática por ser muito próximo do que gostaria de fazer.

Passado o primeiro ano de curso, continuava pensando que trabalharia na área tecnológica, especificamente em Redes de Computadores. Adoro ficar imaginando como os dados (bits) transitam naqueles cabos azuis. É simplesmente fascinante, pelo menos para mim, até hoje!

Fui para o segundo ano de curso, e continuei desejando trabalhar com informática. Afinal, era estagiário na universidade em que estudava, e fazia o que amava, tinha toda a estrutura de Redes de Computadores da instituição para me ‘divertir’.

Finalmente cheguei ao terceiro ano do curso. E lá estava a disciplina de Estágio Supervisionado. Finalmente fiquei sabendo que aquele curso era para ser Professor!

Naquele ano tivemos microaulas. E lá fui eu preparar algum conteúdo para dar aula para minha turma. Adorei aquilo. “Nossa, como é bom estar aqui na frente”, pensava.

No ano seguinte, finalmente o último ano de curso. E lá estava a disciplina de Estágio Supervisionado II.

Microaulas de novo. E de novo, lá estava eu ministrando aulas, sendo elogiado pela professora da disciplina e adorando aquilo tudo.

Tanto que comecei a dar aulas como professor substituto de Física em escolas da minha cidade. Que experiência fantástica!

História 3...

Em 2002, finalmente formado, prestei um teste seletivo na universidade para ser professor substituto/colaborador. Passei e comecei a ministrar aulas no Ensino Superior.

Naquela ocasião tive a oportunidade de fazer parte do processo de discussão do Projeto Político Pedagógico (PPP) do Curso de Matemática.

E lá fui eu dar meus “pitacos” na base do achismo, e do que presenciei nos quatro anos de curso. Afinal, fiz parte da primeira turma de Matemática.

Poucas foram minhas sugestões para o PPP naquele momento.

História 4...

Depois de ter cumprido o contrato de dois anos na universidade como professor colaborador, sai da instituição e me dediquei aos estudos para ingressar no mestrado em Educação Matemática.

Isso porque, em 2003, tive a oportunidade de fazer uma especialização nesta área e me apaixonei. Especialmente por trabalhar com as Tecnologias de Informação e Comunicação. Tema que me acompanhou no mestrado nos anos seguintes.

Também na época do mestrado tive a oportunidade de discutir o tema Formação de Professores e vivenciar outros modelos de Estágio Supervisionado.

Como resultado, decidi que voltaria para a universidade em que me formei e trabalharia com Estágio Supervisionado.

E assim fiz...

História 4...

Assim que assumi a vaga como professor concursado na universidade, tivemos novamente o processo de discussão do PPP. E daquela vez, consegui dar algumas sugestões.

Uma delas foi que os acadêmicos fossem em duplas para as escolas. Algo que não agradou alguns docentes do Departamento de Matemática, na ocasião.

Como argumento dizia, e digo ainda, que a profissão docente é solitária. Que deixar os acadêmicos em dupla em sala de aula seria uma oportunidade de aprenderem a lidar, em conjunto, com os problemas inerentes aos espaços escolares.

Tal sugestão foi aprovada, e começamos os estágios em dupla.

Que diferença. Percebia mais segurança por parte dos acadêmicos.

Outra ‘grande’ conquista do grupo foi um considerável aumento do número de aulas na regência dos acadêmicos nas escolas. Isso, pensávamos, seria muito importante para o desenvolvimento dos futuros professores.

História 5...

Em 2012, ano em que terminei o doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), comecei a coordenar um projeto do Governo Federal (PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), aqui na universidade intitulado “Formação Inicial de Professores de Matemática na Educação Básica: um trabalho em imersão via tarefas investigativas e resolução de problemas”.

Este projeto foi idealizado na experiência do doutorado nas escolas em que desenvolvi a pesquisa. Reuníamos em pequenos grupos de acadêmicos, professores das escolas e da universidade, para discutir o tema Resolução de Problemas.

No desenvolvimento do PIBID de Matemática, de Agosto/2012 a Fevereiro/2014, diversas foram as atividades realizadas.

Encontrávamos-nos para resolver problemas; para preparar aulas; para elaborar projetos que seriam aplicados nas escolas; discutíamos problemas de indisciplina e como poderíamos lidar com isso; conversávamos sobre a participação dos alunos em outros momentos importantes nas escolas, como os Conselhos de Classe, e muito mais...

No período do PIBID de Matemática os acadêmicos participantes do projeto vivenciaram o ‘chão da escola’ em seu dia a dia.

Última história...

Passados alguns anos desde que discutimos o PPP do Curso de Matemática aqui na universidade, tive a oportunidade de me envolver em alguns projetos, de fazer mestrado, doutorado, de coordenar o PIBID, de... Bem, muita coisa aconteceu.

E como o tema central da minha tese de doutorado foi 'Identidade', posso dizer que traços da minha identidade foram se modificando com o passar do tempo.

Um traço importante refere-se à minha visão como professor formador de professores no que diz respeito à prática dos nossos acadêmicos em escolas.

Se em um determinado momento eu pensava que a disciplina de Estágio Supervisionado seria muito relevante para que nossos alunos desejassem, de fato, tornarem-se professores, hoje não penso assim.

Considero que o contato com a escola, e com isso não digo sala de aula apenas, seja fundamental desde o primeiro ano do Curso de Matemática.

Deixar para as disciplinas de Estágio Supervisionado a missão de convencimento dos alunos quanto à profissão docente é algo que precisa mudar.

Se quisermos que nossos acadêmicos se tornem professores de Matemática, que de fato almejem tal profissão, temos que permitir que tomem contato, desde o começo da graduação, com os espaços escolares, afinal, será lá que desempenharão sua profissão.

E é exatamente neste contexto que o PIBID se insere.

Vejo com todas as histórias anteriores, que temos muito que aprender com o PIBID, de maneira que tenhamos mais argumentos para reformularmos nossos cursos de graduação em Matemática, para que nossos acadêmicos queiram se tornar Professores de Matemática e que estejam cada vez mais preparados, conhecendo em profundidade o chão da escola.

PARTE I

Composta por uma *apresentação pessoal* dos(as)
Pibidianos(as) participantes do projeto
*“Formação inicial de professores de Matemática na
Educação Básica: um trabalho em imersão via tarefas
investigativas e resolução de problemas”*
do PIBID de Matemática da
Universidade Estadual do Paraná –
campus de Campo Mourão.

A contribuição do PIBID em nossa formação

Lucimara dos Santos

UNESPAR/FECILCAM

4º ano do Curso de Matemática

Tamires Vieira Calado

UNESPAR/FECILCAM

4º ano do Curso de Matemática

A escolha de um curso de graduação é umas das decisões mais importantes a serem tomadas na carreira profissional e nem sempre esta é uma tarefa fácil. A dedicação e permanência no curso escolhido também é um questionamento muito comum para a maioria dos universitários, e para nós, alunas do curso de licenciatura em Matemática não foi diferente.

Começaremos por nos apresentar e contar um pouco sobre nossas experiências, ora individuais, ora de ambas as autoras.

Meu nome é Tamires Vieira Calado, atualmente tenho 22 anos e desde que iniciei a faculdade já pensava em seguir a car-

reira docente, sempre gostei de lidar com números e de ensinar outras pessoas, por isso, o curso de Licenciatura em Matemática já estava em meus planos há algum tempo.

Ao iniciar a graduação comecei a pensar como realmente seria essa carreira profissional. Até então, não sentia dificuldades em lidar com possíveis alunos, imaginava que a profissão seria encarada por mim da melhor maneira possível, idealizava que seria uma ótima professora e que todos os meus alunos ficariam interessados em aprender a Matemática que eu estaria ensinando.

Mas os primeiros contatos com a faculdade foram, em sua maior parte, voltados para conteúdos específicos e em muito pouco me trouxe a realidade que eu encontraria em uma sala de aula. Desde o início procurei me dedicar da melhor maneira possível. E mesmo me esforçando nas matérias regulares sentia a necessidade de algo que me proporcionasse maior experiência com a prática educacional e foi nesse contexto no meu segundo ano de faculdade que surgiu a oportunidade de participar do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência).

Até então, nunca tinha parado pra pensar o quanto seria importante o professor estar muito bem relacionado com os alunos e com os conteúdos a serem trabalhados na sala de aula.

Diante desta minha breve apresentação vamos conhecer um pouco mais sobre a outra autora que também escreve.

Chamo-me Lucimara dos Santos e atualmente estou com 22 anos. Quando iniciei a faculdade não pensava em seguir a carreira docente, apesar de gostar muito de Matemática, até completar o Ensino Médio a Licenciatura em Matemática era minha segunda opção. Sempre encarei essa fase como um trampolim para o meu maior sonho que era cursar Arquitetura e Urbanismo, pois na época não pude fazer o vestibular para tal graduação.

Claro que fiquei feliz por ter passado no vestibular para cursar Matemática, mas por algum tempo me perguntei se o destino estava pregando uma peça em mim ou eram as mãos de Deus a me empurrar para o caminho certo. A resposta viria mais rápido do que imaginava.

No primeiro ano da graduação comecei a pensar em como seria lecionar, será que eu iria me adaptar? Não sabia que dificuldades encontraria em meu caminho, se seria uma boa profissional, se os meus futuros alunos iriam se motivar e aprender com as minhas aulas. Pensei até mesmo em desistir do curso por medo de me decepcionar ou por não ser a minha vocação, porém foi nesse momento que recebi o apoio necessário de meus pais para continuar, eles foram fundamentais na minha decisão em fazer Matemática, desde o início diziam que se a minha primeira opção de curso não deu certo, talvez fosse um sinal para que eu me dedicasse à Matemática, a qual eu também gostava muito.

Até então não havia tido a experiência de estar em uma sala de aula, de vivenciar a prática educacional e continuava sentindo essa necessidade para sanar minhas dúvidas sobre a profissão. Desta forma, em meu segundo ano de faculdade tive a oportunidade de participar do PIBID e não pensei duas vezes em me inscrever para participar.

Algumas das experiências que adquiri com o projeto também puderam ser evidenciadas por minha colega Tamires e, portanto, relataremos essas experiências juntas.

Nos primeiros encontros do projeto aproveitamos para nos conhecer e entender a necessidade do trabalho em grupo, pois era de extrema importância que nos relacionássemos bem para que chegássemos a resultados positivos.

No início procuramos desenvolver atividades que poderiam ser levadas para a sala de aula, essas atividades eram desenvolvidas e discutidas por todos os “PIBIDianos” utilizando as estratégias de Resolução de Problemas ou Investigação Matemática. Já nessa fase de trabalho começamos a perceber o quanto a Matemática era completa e o quão pouco sabíamos e esperávamos dela. Durante essas discussões muitas ideias surgiam e cada vez mais íamos percebendo como a Matemática poderia ser inserida na sala de aula de maneira mais cativante para o aluno. Quanto aos conteúdos, procurávamos encontrar formas mais simples a

serem apresentados para os alunos e com isso nos preparar para as possíveis resoluções que poderiam ser apresentadas a nós.

As primeiras atividades ministradas pelo projeto foram realizadas no contraturno, mas não obtivemos a participação de muitos alunos e com isso resolvemos aplicá-las no próprio horário de aula. Desta forma pudemos contar com a participação de um número maior de alunos.

Antes de ministrarmos as atividades procuramos estabelecer contato com as turmas na forma de observação participativa em algumas aulas de Matemática, a fim de notarmos o comportamento dos alunos e criar um vínculo com eles de forma positiva. Em geral, observamos turmas bastante tradicionais, onde o professor explica conteúdos e os alunos fazem exercícios quase que repetitivos.

Em todas as atividades desenvolvidas na sala de aula pudemos observar que os alunos, em sua maioria, não haviam tido contato com as práticas educacionais que apresentamos a eles e com isso se sentiam inseguros ao desenvolver as atividades. Essa foi uma barreira que vivenciamos muito bem, muitos alunos tinham medo de arriscar resoluções, não acreditavam em sua própria forma de pensar o que atrapalhava o desenvolvimento das atividades, por isso, em parte delas precisamos intervir aconselhando os alunos a tentarem novos caminhos.

Em uma das aulas que ministramos em uma turma do Ensino Fundamental de um Colégio Estadual no Município de Campo Mourão – PR, um aluno em específico nos chamou a atenção, este aluno portava deficiência física e mental e, no entanto, frequentava uma classe regular com o auxílio de uma profissional que permanecia a aula toda ao seu lado. A primeira coisa que pensamos foi se aquela professora que o acompanhava tinha alguma formação na área de Matemática, pois pensamos que caso contrário, ela encontraria dificuldades para auxiliá-lo.

Este aluno parecia um tanto perdido, como se não estivesse entendendo o objetivo da aula e em alguns momentos pudemos observar a profissional realizando as tarefas para seu aluno.

Naquele momento nos perguntamos se aquela era realmente uma escola adequada para este aluno, se a escola estava realmente preparada para ensiná-lo e se ele também estava preparado para lidar com a aprendizagem e com os demais alunos em um colégio regular. E então, começamos a questionar se em alguns casos, alunos com deficiências mentais não seriam melhores preparados para o mundo se frequentassem colégios especiais onde possam encontrar profissionais e estruturas melhor preparados para lidar com tal situação.

Algum tempo depois, nós em companhia de uma terceira participante do projeto começamos ministrar algumas aulas em uma turma de Ensino Médio, aplicamos algumas atividades relacionadas aos conteúdos que seriam trabalhados pelo professor regente. A turma era bastante numerosa e agitada, no entanto, aos poucos fomos aprendendo a lidar com a situação.

A partir da terceira aula que ministramos o comportamento de um aluno começou a nos chamar atenção, nas duas primeiras aulas aquele aluno permaneceu despercebido por nós, talvez não soubéssemos lidar com a situação, pois estávamos acostumadas a conviver com alunos extrovertidos e um tanto hiperativos, logo, nos sentíamos perdidas, pois o aluno permanecia a aula toda em silêncio, não pronunciava uma só palavra e a princípio, pensávamos que ele estava entendendo a matéria, apenas era tímido e com isso tinha dificuldade de se relacionar com outras pessoas.

Tendo lecionado um pouco mais naquela turma, começamos a notar que aquele aluno não desenvolvia as atividades como imaginávamos até o momento e ficava sempre com a cabeça baixa. Foi então, que em uma de nossas conversas resolvemos ir até a sua carteira com a intenção de ajudá-lo, perguntar se estava entendendo a matéria ou queria alguma ajuda para desenvolver as atividades requeridas, e em resposta ele apenas fazia alguns sinais com a cabeça. Mas não satisfeitas, começamos a explicar toda a matéria novamente em sua carteira, repetindo quantas vezes fosse necessário.

A dedicação para com este aluno foi conjunta, o ajudamos a realizar todas as atividades e percebemos pelos questionamentos feitos a ele que aos poucos foi entendendo os conteúdos, mas uma coisa ainda nos deixava preocupadas, aquele aluno não conseguia prestar atenção na aula quando os conteúdos eram explicados na lousa para todos os alunos, sentimos que ele tinha a necessidade de sempre ter um professor ao seu lado.

O que nos fez realmente pensar naquela situação foi imaginar como eram todas as outras aulas para aquele aluno. Essa prática só nos foi possível, pois éramos três “PIBIDianas” em uma sala de aula e assim pelo menos uma de nós poderia estar mais atenta a ele, mas em uma aula regular com apenas um professor e tantos outros alunos seria praticamente impossível dar a ele a atenção que precisava. Da mesma forma, sabemos que existem tantos outros alunos que permanecem nessa situação sem ter a quem recorrer.

Enquanto participantes do PIBID, passamos por inúmeras situações que enriqueceram nossa experiência como acadêmicas e futuras professoras, experiências estas motivadoras e sobretudo, desafiadoras. Todas as dificuldades encontradas na prática educacional até o presente momento nos fizeram repensar nas atitudes de um professor, o seu verdadeiro papel dentro e fora de uma sala de aula, percebemos que para isso precisamos estar prontas para ser modelo para nossos alunos, para aprender a nos relacionar com pessoas totalmente diferentes de nós e, principalmente, prontas para encarar desafios.

Cada uma de nós espera algo do nosso futuro profissional e então relataremos nossas expectativas individualmente. Vamos iniciar pela autora Tamires que foi a primeira a se apresentar e em seguida a autora Lucimara relatará suas expectativas.

Quando me formar pretendo realmente seguir a carreira docente e permanecer atuando na sala de aula, gostaria de atuar principalmente em turmas do Ensino Básico, mas talvez isso não seja possível. Quero procurar sempre fazer da aula de Matemática algo cativante e criar um ambiente atraente para os alunos.

Quero muito continuar estudando depois que terminar a faculdade para que assim possa me especializar cada vez mais e obter outras experiências de sala de aula.

O prazer de ensinar é algo que nasceu comigo, um sentimento que para mim é inexplicável, o encanto de ver um aluno satisfeito com algo que acabou de descobrir me é muito satisfatório. Ser professor é muito mais do que transmitir conhecimento, é repassar valores, levar o aluno a sonhar e a fazer suas próprias descobertas. Tenho consciência de que esta não será uma tarefa fácil, mas sei que tudo que fazemos com amor e dedicação tem grandes chances de darem certo.

Com minha colega Lucimara não será muito diferente, vamos expor então suas expectativas.

Antes de iniciar a graduação não me imaginava lecionando para crianças, o meu objetivo era me formar e atuar no Ensino Superior. Pensava eu, que os problemas, as dificuldades, os desafios não seriam tão grandes e conseqüentemente “assustadores” quanto lecionar no Ensino Básico.

Hoje posso dizer que tenho outra visão, as experiências proporcionadas pelo estágio obrigatório e principalmente pelo PIBID me fizeram descobrir que a minha paixão está em seguir a carreira docente e atuar no Ensino Básico após me formar. Cada sorriso de um aluno ou um “muito obrigado, finalmente aprendi este conteúdo” significa muito para mim, tenho a sensação de estar cumprindo com o meu dever. Para tanto, pretendo continuar estudando e me aperfeiçoando cada vez mais, os alunos precisam e merecem um professor que busque o melhor para eles.

Esta caminhada não será fácil, os desafios e obstáculos continuarão a aparecer, porém darei o meu melhor e me dedicarei ao máximo para que tudo caminhe bem. Não posso mudar o mundo, mas posso fazer a minha parte para contribuir com isso, trabalhando com amor e carinho se vai longe.

Uma moça que aprendeu a pensar diferente depois de entrar no PIBID de repente

Daniela Miray Igarashi

UNESPAR/FECILCAM

4º ano do Curso de Matemática

Houve uma época em que pensei que a vida era muito linear e aborrecida. Todas as pessoas são obrigadas a fazer, em geral, as mesmas coisas desde que nascem. Não há muita opção para escolher. Quero dizer, todos nós precisamos passar pela educação de nosso país, precisamos enfrentar as dificuldades de ser um em uma turma de tantos, e nem todos desejam isso. Nem todas as pessoas acreditam genuinamente que precisam estar ali aprendendo, nem todas acreditam que aquilo faz diferença, e nem todas querem estar perdendo tempo naquilo. Depois você pode continuar estudando, ou pode começar a trabalhar, ou pode fazer ambas ao mesmo tempo. Os que continuaram a estudar um dia vão começar a trabalhar, e então todas as pessoas irão trabalhar o resto de seus dias até morrerem felizes. Uma vida aborrecida

assim não merece ser vivida. Tive muita sorte de mudar o meu pensamento.

Quando recebi a notícia que meu nome estava entre os aprovados para o curso, não consegui reagir. Talvez eu estivesse surpresa por ter conseguido, já que eu não esperava por nada. A prova tinha sido estranha e as questões de literatura me cansaram. Posso descrever isso como surpresa. Por outros motivos e conflitos, acabei me matriculando em Licenciatura em Matemática, mesmo que esse não tenha sido o meu sonho a realizar.

A Matemática me encantou desde cedo, ela era desafiadora e me fazia usar um pouco do meu cérebro, só quem realmente tinha o interesse de aprender poderia entender, e isso me animava a continuar estudando. Principalmente, também, porque era uma das disciplinas que eu não sentia necessidade de estudar para provas, e havia conteúdos que eram difíceis de serem colados em provas, e eu adorava isso.

Mas a ideia de lecionar nunca havia sido cogitada para minha vida. Não havia sequer planos e desejos quanto a isso, e mesmo assim eu comecei minha faculdade. Minha esperança era de que eu aprendesse diferentes conteúdos, além de ser uma boa professora, e eu confesso que encontrei isso.

Foi apenas no segundo ano de curso que as disciplinas pedagógicas foram apresentadas a nós. Havia bastante conversa e debates sobre a educação, mas eu não via sentido nenhum naquilo, eram as minhas aulas mais tediosas do curso. No meio desse mesmo ano, eu me inscrevi e passei pelo teste de seleção para ser uma das *PIBIDianas*. Eu sabia que era um projeto de formação de docentes, e eu decidi experimentar e dar uma chance para mudar o meu pensamento tão pequeno.

Uma das coisas que mais adorei no início, foram as longas discussões e conversas que tínhamos sobre o que estávamos estudando. Um grande grupo pode ser caótico por vezes, mas nós *PIBIDianos* somos educados e nunca houve problema. Ali podíamos trazer nossas próprias dúvidas, questões sobre a Matemática que nos deixavam angustiados, e tentávamos resolver entre nós.

Ainda fazemos muito isso, e ainda aprendemos muito com nós mesmos.

Então chegou a fase em que realmente fomos para os colégios, conhecer pessoalmente o local em que iríamos trabalhar por algum tempo. Mesmo que no início nosso dever fosse apenas observar, eu estava apavorada. A ideia de estar ali com tantas almas prontas para observar nossos comportamentos, nossa aparência, nossas vozes, nós, me deixava um tanto preocupada. Não sei a razão disso, mas é compreensível acontecer no primeiro dia, certo?

Eu me senti nervosa nos dias seguintes da mesma maneira e quando realmente fui para frente da sala, com a atenção de todos, meu coração estava bem agitado. Respirei fundo quando fui embora naquele dia.

Todos os dias em que continuei a ir para as escolas, trabalhar como uma professora, eu fiquei um pouco nervosa. Não sei descrever o sentimento, mas talvez fosse um pouco de medo. Medo de agir errado, de falar errado, de ensinar errado, pois bons professores não podem errar e perder a confiança de seus alunos, certo? Simplesmente errado. Depois que compreendi que todas as pessoas, sem exceção, erram um dia, e que não existe problema algum nisso, meu pensamento evoluiu muito.

Foi nesse momento que eu percebi como as disciplinas pedagógicas são importantes, comecei a ver toda a razão de eu ter lido tanta coisa, ter discutido tantas outras e ter aprendido tudo aquilo.

Aos poucos eu fui construindo uma confiança em mim. Foi um pouco demorado, sou lenta nesses processos, mas eu melhorei a cada dia.

Conviver com as dificuldades que os alunos possuem foi difícil. Talvez meu julgamento sobre o que esperar deles fosse muito rígido. Mas aos poucos nós os ajudávamos e aprendi a ser paciente, que era importante que o aluno compreendesse o que estava ocorrendo. Também vi a agitação que toma conta de algumas turmas, e conheci crianças adoráveis.

Houve uma vez em que dois alunos se envolveram em um conflito. Um estava desenhando e o outro tomou-lhe a folha de sua mão. Ambos começaram a discutir e a professora regente achou melhor tomar o papel com os desenhos. Talvez ela tenha sido dura com o garoto desenhista, e ele começou a chorar, era um sexto ano. Como estávamos no final da aula, tivemos de sair daquela turma. A professora não nos disse nada, mas eu podia entender o que ela estava sentindo. Às vezes, todos nós erramos e guardamos a experiência para nunca repetir.

Todas essas experiências construíram e adicionaram ao ser humano que eu sou. Não posso julgar boas ou más experiências. Elas são o que simplesmente são, experiências.

Tudo o que fazemos acontecer e todas as pessoas que conhecemos em nossa vida nos afetam de uma maneira, eu diria, perturbadora. Elas possuem o poder de mudar a maneira que vivemos, somos e agimos, seja de maneira construtiva ou destrutiva. Tudo o que nos acontece, e todas as pessoas que conhecemos nos fazem ser o que somos hoje, e entendi que dar valor a outras pessoas é uma obrigação, já que elas contribuíram de alguma maneira em nossa vida.

Lembram-se do início desse monólogo? O PIBID e as relações que construí com meus amigos *PIBIDianos*, professores e alunos me fizeram amadurecer para entender algumas coisas.

A vida é linear apenas se você desejar isso. Escolher um caminho não significa ter que segui-lo até o fim. Às vezes é necessário criar novas estradas com nossas próprias forças, às vezes podemos pegar um atalho, e às vezes não parece ruim dar meia-volta e retornar ao início. O que quero dizer é que as escolhas que fazemos não são definitivas, pois a qualquer momento podemos decidir fazer outra coisa. Poderia acordar amanhã e mudar o rumo de toda a sua vida? É claro que poderia. O que nos impede de fazer isto depende de muitos fatores, desde a necessidade de manter o padrão até o medo, arcar com as consequências de nossas escolhas faz parte da decisão. Nossa vida é feita de nossas decisões e da capacidade que temos de colocá-las em prática.

O que eu aprendi ao longo destes anos com o PIBID me fez amadurecer de maneira impressionante. O que considereirei o mais importante foi aprender que precisamos ver o próximo como uma pessoa. Cada um de nós está batalhando em um problema particular, e se eu que não sei o que é, devo no mínimo ser gentil e entender. Se alguém está agindo de uma maneira, e eu não sei o motivo, devo agir no mínimo com compreensão. Se a pessoa se expressa de uma maneira que não gosto, e eu não entendo como a pessoa se expressa, devo no mínimo tentar entender antes de responder à altura. Descobri que a vida fica bem mais leve ao entender esse tipo de coisa. Julgar outras pessoas pelo que vemos, pensar coisas que não fazemos ideia se é verdade, condicionar uma pessoa a um fato que inventamos na nossa mente, são coisas que parecem encher a alma com um peso. Mas eu, sendo humana, ainda não estou livre completamente deste preconceito, já que meu inconsciente parece não perdoar certas pessoas, não é minha culpa!

Espero que este pensamento nunca escape de minha mente. Entender isso nos livra da culpa erroneamente colocada. Uma relação precisa ser construída de dois lados, eu sou a professora e vou tentar conquistar meus alunos e meus colegas o quanto puder, mas eles precisam se relacionar comigo também.

Agora que vejo, parecem coisas simples e bobas. Mas é uma sutil mudança que faz toda a diferença.

Ainda é difícil para eu decidir e afirmar o que estarei fazendo daqui alguns anos. Não tenho poderes sobrenaturais para dizer com certeza, e nunca tinha parado para pensar sobre isto. Mesmo de todos os momentos bons que eu passei por meio desse projeto, não sei dizer se fui conquistada por essa carreira. Não pelas condições, não pelas dificuldades, nem mesmo por qualquer motivo que possam imaginar, mas sim por minha própria vontade e sentimento. Sei que posso criar o meu próprio perfil de professor, mas não sei dizer se tenho vontade de fazê-lo. Talvez no momento em que escrevo este texto, esteja passando por conflitos internos que ninguém nunca irá entender, e amanhã mude totalmente de ideia. Pois bem, isso não é impossível de ocorrer.

As únicas certezas que tenho é que o tempo em que vivi sob o PIBID nunca poderá ser substituído por outra coisa. Os professores e alunos nos colégios podem um dia me esquecer, mas eles contribuíram para a pessoa que sou e serei. E sou muito grata por tudo. Minha vida não poderá ser linear e aborrecida depois dessa experiência.

O tempo parecia pouco, e a gente parecia muito

Bruno Moreno Francisco
UNESPAR/FECILCAM
4º ano do Curso de Matemática

Dedicar nosso tempo ao que gostamos ou às vezes, ocupar-se das nossas paixões, permite sermos pessoas mais pacientes e funcionais em nossa profissão. Bruno M. Francisco

Ganhar um espaço neste livro para eu falar sobre o Pibid em minha formação é uma motivação e uma prerrogativa. Motivação, pois implica em considerar ações que foram construídas e incorporadas sob um cenário fidedigno do profissional da educação e, prerrogativa, pois remonta ou amolda o “tipo de pessoa” que somos quando passamos a experienciar nossas salas de aula.

No tocante a minha participação no Pibid, acabo por enveredar-me nas vias que direcionaram ou descortinaram a escolha

ser professor. Na verdade, falar das nossas escolhas é querer desvendar um pouco de nós, ou seja, nossa identidade. A minha, contudo, se dá mais ou menos assim: quando pequeno entre rumores e brincadeiras, eu parecia já ensaiar meu futuro. Ser professor e interpretar a imagem de um, tem sido uma visão complacente desde o Ensino Fundamental. Estando agora, aos quarenta e cinco minutos do segundo tempo da formação de professor de Matemática, tenho uma sensação estupefata de que a escolha foi certa. E, por ora, eu estaria sendo hipócrita se dissesse que essa sensação é de total responsabilidade de tão somente uma escolha. Não! De modo todo especial, atribuo às potencialidades reveladoras do Pibid na formação docente, as quais começam por brotar mais à frente.

No ano de 2010, quando estava por terminar o Ensino Médio, me encarreguei de prestar vestibular para o curso de Licenciatura em Matemática e Química. Perceba que, mesmo que fossem cursos diferentes, algo neles era comum: a Licenciatura. Não decidi de supetão, como muitos que voltam atrás e dizem que foram pelo caminho errado. Nem sequer ao menos vivenciei um empasse entre ser publicitário, médico, contador, administrador, advogado, ator... A decisão foi rápida, embora tenha recaído pelas Artes Visuais e Designer de Interiores. Talvez seja uma propensão à parte. A motivação primeira dessa “seleção” estava em continuar dentro de uma sala de aula. No entanto, não como aluno, mas como professor. Na ocasião, iniciei meus estudos no Ensino Superior quando da aprovação na Universidade Estadual do Paraná, Campus Fecilcam de Campo Mourão bem como na Universidade Federal Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Cornélio Procópio (Matemática) e no Campus de Campo Mourão (Química), deixando esta última em segundo plano.

À face da graduação, o fato de sempre doar um tempo aos estudos me fez gostar de estudar, o que, com certeza, influenciou muito nas decisões relativas ao meu futuro profissional.

Pois bem, mas porque ser professor de Matemática? Até hoje, não tenho argumentos persuasivos que respondam esta

pergunta! Talvez seja porque “mandava bem” nesta disciplina; porque gostava de exercícios algorítmicos – mas não gostava dos números –. Sinceramente, Não sei. O fato é que consegui ingressar no curso de Matemática e sinto encanto por fazer parte dele. Por consequência, estar sentado nas cadeiras de uma universidade, ou sendo mais específico, no espaço de um curso de graduação, acendeu-se chamadas para as quais me fizeram enxergar o quão é importante ser um professor, sem contar o crescimento humanamente do sujeito.

E o Pibid? Mesmo sem saber, de início, dos desígnios deste projeto, fui aprovado no teste de seleção e em pouco tempo (há quase três anos) ele tem entrado em minha vida para engendrar o meio profissional e também o elemento sensibilidade em sala de aula e fora dela. Desde 2012 até o presente ano, todo o tempo dedicado a este programa revelou, de uma maneira tão especial, uma imagem do que é necessário para ser um bom professor: aquele que mostra aos alunos que cada um é inteligente de uma maneira; saber estar em contato com a chave que desperta o interesse deles em sala de aula; é modelo de inspiração tanto para alunos quanto para futuros professores; sustenta-se por um processo de negociação entre o que se trabalha e o como irá trabalhar com os alunos; se permite sair da zona de conforto e busca aprender formas diferenciadas de se ensinar Matemática; acende talentos; enfim é aquele, penso eu, que ama o que faz.

O fascínio de hoje estar dentro do cenário escolar admite, por ora, eu estar contente e feliz. Foi nesse propósito em que meus sonhos de, talvez, infância me revelaram o quão é bom ser um professor.

Contando mais, este programa tem caracterizado uma via de mão dupla no que tange a formação do professor, isto é, uma consoante entre a teoria e a prática escolar, além do que tem proporcionado ao acadêmico refletir, reavaliar, propor e recondicionar estratégias de ensino, que vão ao encontro das muitas facetas do ambiente escolar. Dentro das possibilidades que o programa mobiliza, uma delas é estar desafiado a interromper a rotina da

sala de aula e convidado a repensar nossa ação em sala de aula. Tão logo, é de práxis, que o Pibid tem auxiliado e fortalecido “um tanto” a minha e ainda curta estrada de professor.

Em minha prática (pré) docente, se assim posso dizer, o programa tem permitido aumentar a sensibilidade ao sentido de lidar com diferentes alunos. O regozijo em ver você sendo importante para alguém; o simples ato de elogiar e ser elogiado pelo seu próprio aluno; em fazê-lo acreditar em sua capacidade de pensar, de aprender, de ver o mundo, já seria um tanto suficiente para dizer: sou (estou) feliz com o que faço!

Paralelo a isso, sou grato à troca de ideias e experiências, no seu sentido amplo, cunhada e proporcionada pelo nosso coordenador do projeto, que por muito, me inspirou a viver como um bom professor em sala de aula, e me ensinou a importante estima da palavra VALOR.

Tentando enxergar uma prática reflexiva para o atual estágio da educação no país, estreitei-me a uma concepção de prática escolar que segue o exemplo de sistemas educacionais que apostam em um currículo voltado aos alunos; que os valorizam e que tornem os professores flexíveis a eles. Além disso, que os ajudam a explorar seus potenciais; em inspirá-los por meio de um aprendizado que signifique alguma coisa; em ser um professor atencioso, em que evidencia em seu rosto a preocupação com seus alunos.

Nessa encruzilhada com o Pibid, pude abrir portas que me levaram para caminhos bons e ruins. Eu, porém, pretendo como diz Ken Robinson, autor do livro *O Elemento-chave*, mirar sempre alto e estar determinado a ser bem-sucedido.

Quanto aos meus planos, pretendo ser um mentor de alguém, sendo aquele que compreende as aptidões, desafios e capacidades, e que permite doar-se mais ao trabalho escolar. Em longo prazo, anseio discutir novos e melhores formatos aos dias que se passam na escola. Enfim, quero ter em mente que o aprendizado é um processo pessoal e que cada um tem seu potencial. A isso, soma-se a maturidade que ganhei até os 16 anos e o que aprendi durante os últimos. Não quero ser somente mais um

professor. Não digo isso para deixar rastros varonis de minha história; é uma necessidade que vem tomando conta há muito tempo em minha vida. E acaso, o momento certo para falar é este. Sei que não será possível alcançar as estrelas, mas pretendo encontrá-las; não pretendo fazer com que o aluno ame a Matemática, mas que utilize dela para encontrar o seu verdadeiro “eu”. Acaso, poderá alguém se apaixonar por ela? Quem saberá?

Todos esses pormenores revelam, portanto, uma história que durante algum tempo deixou marcas positivas em um pibidiano.

Antes de dar lugar para o próximo pibidiano contar a sua história, lembro que a minha participação no PIBID tem apeteceu um convite ao ingresso no Mestrado, tal qual faço reconhecer a Arte como objeto de pesquisa no campo da Educação Matemática.

Ah! Para os que, até aqui, não se lembraram da pessoa de Paulo Leminski, fiquem tranquilos: *“o tempo parecia pouco, e a gente parecia muito”*.

A ação do PIBID em meu futuro

Suélen Rita Andrade Machado

UNESPAR/FECILCAM

4º ano do Curso de Matemática

Basicamente, quando mal saímos do Ensino Médio e somos batidos de frente com escolhas e expectativas, nos vemos muitas vezes forçados a escolher o que seguir. Buscamos ouvir nosso coração, ou nossa aptidão, ou nossa família e eu ouvi uma combinação de todos.

Eu não queria inicialmente cursar Matemática, queria Química (a qual consegui passar também no vestibular), mas ao iniciar primeiramente no curso de Matemática acabei gostando daquele mundo.

Inicialmente um susto brutal, até porque a Matemática vista no curso superior é totalmente díspar da vista no Ensino Fundamental e Médio. Limites, derivados e integrais, basicamente integrais foram o que me motivaram a continuar no curso de Matemática.

Durante os primeiros anos do curso (1º e 2º anos), não tive muito contato com sala de aula, obtendo esse pouco contato com os projetos de PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica) na qual participava como bolsista. Foi especificamente no 3º ano que tive a disciplina de Estágio Supervisionado e entrei no projeto PIBID, no qual o contato foi maior.

O PIBID permitiu um contato com diversas estratégias diferenciadas de ensino e especialmente o contato dobrado com a sala de aula, com diversas turmas e escolas. De tal modo que me fortaleceu para me formar como professora.

É interessante ressaltar o tempo em que passei em uma escola, em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio observando-a, com o tempo fui interagindo com a turma, criando amizade e vendo como era notável o comportamento de respeito dos alunos em relação a mim, considerando-me como professora.

Outro momento foi com uma turma do Ensino Fundamental de outra escola, na qual comandi uma das lições sobre Expressões Algébricas, percebi que os alunos me tratavam como professora e não como estagiária, foi muito interessante.

O PIBID com certeza me ajudou muito na regência em sala de aula, fez com que eu perdesse a vergonha e lidasse com os alunos com firmeza.

Durante um ano e meio que fiquei no PIBID, pude me fortalecer como futura professora e conhecer o ambiente escolar. Agora, depois deste tempo, terminei meus estudos e espero continuar em sala de aula, mas primeiramente quero progredir nos meus estudos.

Sei que trabalhar em sala de aula não é fácil, mas quero prosseguir nesta caminhada, porque tudo que eu aprendi nesses anos, sei que pode ser ensinado para outras pessoas. E o conhecimento não deve ficar imóvel e sim transitar e aumentar.

Eu e a matemática

Elaine Cristina Sturion

UNESPAR/FECILCAM

4º ano do Curso de Matemática

A Matemática é uma ciência que sempre me fascinou. O ato de ensinar é algo que também me chama atenção, pois conseguir passar um conhecimento a outra pessoa e esta conseguir compreender, para mim, é algo muito gratificante. Eu vejo uma beleza nisto que não consigo expressar em palavras. Então, ao unir duas coisas que muito me agradam, decidi ser professora de Matemática.

Ao iniciar a graduação me deparei com uma matemática mais elaborada, se assim posso dizer, do que aquela vista no ensino fundamental e médio. Passado o susto inicial, a minha paixão por esta ciência só foi aumentando.

Durante a graduação pude participar de projetos voltados para a área da Educação Matemática. No terceiro ano da faculdade comecei a participar do projeto de PIBID. No projeto tive contato com metodologias diferenciadas de ensino da matemática.

ca como a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática. Pude interagir mais com os alunos por meio de minicursos, trabalhos em contraturno e mesmo dentro da sala de aula.

Ao interagir com os alunos pude perceber as dificuldades apresentadas por estes com relação a matemática. Uma das coisas que me chamaram a atenção durante a experiência no projeto foi que ao conversar com uma aluna esta admitiu gostar de matemática, mas não compreendia os cálculos efetuados e tinha dificuldades. Achei isso interessante, pois por acharem a matemática difícil/complicada, algumas pessoas não se interessam por ela.

Também tive a oportunidade de trabalhar com alunos da formação docente que relatavam que pra ser professor hoje em dia tem que ter muita paciência com os alunos. O contato vivido durante o projeto com a realidade da sala de aula com os alunos me faz pensar se realmente é isso que quero. Ser professor não é um trabalho fácil, exige muita paciência, pois a grande maioria dos alunos não está interessada em aprender, mas os poucos que se demonstram interessados e que mostram compreensão do conhecimento que você está ensinando torna o trabalho gratificante, são esses poucos alunos que me fazem pensar que nem tudo está perdido na educação e que um bom professor, pode sim, fazer com que os alunos demonstrem-se interessados.

Quando iniciei o curso de Matemática tinha uma visão pequena desta bela ciência que tanto me fascina. Hoje tenho uma visão mais aberta quanto as possibilidades que esta pode proporcionar. Terminada minha graduação pretendo continuar com meus estudos e também exercer a profissão de professora. Sei que ser professora talvez não seja algo fácil, mas é algo que muito me agrada. Ensinar, eis o motivo que me sustenta nesta caminhada. Acredito que do mesmo modo que me encantei pela matemática outras pessoas também podem se encantar por ela.

Caminhos trilhados para o ser professor: PIBID uma nova formação

Ronalti Walaci Santiago Martin
UNESPAR/FECILCAM
4º ano do Curso de Matemática

Meu nome é Ronalti Walaci Santiago Martin, nasci aos vinte e nove dias do mês de janeiro do ano de mil novecentos e noventa e três, cresci junto com minha família no Sítio Nossa Senhora Aparecida, localizado no Bairro Água do Barulho, em Moreira Sales, sempre fui feliz neste cantinho do Noroeste do Paraná, minha família sempre dependeu da agricultura, hoje temos outras fontes de renda junto a esta.

Mesmo vindo de uma família que sempre teve que trabalhar na roça, encontrei o apoio necessário para estar hoje relatando as transformações em minha vida que aconteceram até este momento, quando criança meu pai Renato Carlos Martin e minha mãe Sônia Maria Santiago Martin, diziam que nos dias de hoje o estudo é fundamental para que se possa ter uma vida mais confortável, como gostava e tinha aptidão para o estudo a

dedicação veio natural, a cada conteúdo apresentado pelo professor era tomado por mim como um desafio, uma etapa nova a ser enfrentada, desde novo levei os estudos a sério.

O desafio por conhecer e fazer era um ponto fundamental, foi à matemática que me fascinou, aqueles números, as transformações sofridas pelo conteúdo a cada instante que se avançava era instigante. Desde novo pensava em fazer faculdade, mas o que fazer? Já tinha isso decidido no início da minha inserção nos anos finais do Ensino Fundamental, antiga quinta série, admirava a profissão Professor, gostava de ensinar, estar ajudando um amigo ou quem solicitava ajuda, tinha fascínio pela Matemática, pronto já tinha escolhido o que seria quando crescer, Professor de Matemática. Anos se passaram, Olimpíadas de Matemática vieram, era sempre um desafio novo, e no meu primeiro ano do Ensino Médio foi onde tomei a decisão final de que cursaria Licenciatura em Matemática, essa escolha acabou se firmando graças a uma professora que tornou-se exemplo dessa profissão, tinha controle da sala, ensinava com maestria, era preocupada com o aluno e com o seu aprendizado. Terminando o Ensino Médio fui fazer o vestibular de licenciatura em Matemática da FECILCAM, agora UNESPAR. Quando me era perguntado sobre o que iria fazer de vestibular, Matemática era sempre a mesma resposta, com uma argumentação clássica feita por quem perguntou, esse curso é bom, pois vai te ajudar a passar em um concurso para trabalhar em banco, em algo que vai lhe render muito dinheiro. Era engraçado ouvir isto, as pessoas eram desacreditadas na profissão Professor, sendo que esta é a formadora de praticamente tudo, caráter, conhecimento, outras profissões. Pensava no meu íntimo, é tão mais simples, é Professor que eu quero ser.

Estudei o primeiro ano, passei por muitas dificuldades, pois matemática exigia uma dedicação constante para os estudos e com o trabalho isso se tornou um desafio.

Sempre ouvia falar de projetos feitos pelos acadêmicos e suas contribuições para a formação. Ao chegar ao segundo ano, novos caminhos a serem trilhados, foi apresentado para o cur-

so de Matemática o PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência). A princípio, a escolha para entrar nesse programa foi complicada, pois seria uma reviravolta no que eu já tinha planejado, sendo que a maior dificuldade para tomar a decisão de entrar para o PIBID, era o medo de não dar certo, e o sonho de terminar o curso acabar, pois para entrar nesse programa seria necessário deixar o emprego e arriscar mudar a minha história em alguns parágrafos, fiz isso, mudei, hoje agradeço a Deus por ter me acompanhado nessa escolha.

O PIBID proporcionou estar próximo de acadêmicos de outros anos, conhecer o que vinha pela frente dentro do curso e ajudar os que estavam lutando para chegar onde eu já estava, era ótima essa troca de experiência.

Não se esquecendo de mencionar o nosso Orientador Professor Mestre Doutor Willian Beline, dedicado ao trabalho dentro do programa, junto a ele fizemos muitas pesquisas para entender a escola, como é seu funcionamento interno, a sala de aula, as diversas coisas que podemos fazer para ensinar, o comportamento dos alunos e suas características. Discussões foram realizadas insensatamente sobre como seria feito o trabalho nas escolas e a metodologia a ser utilizada, ministrávamos aulas entre nós PIBIDanos para poder identificar as dificuldades e o que de bom cada um podia oferecer para uma boa aula em sala.

Nos encaminhamos muitas vezes a duas escolas Estaduais de Campo Mourão. De início estar em sala, levar algo para ensinar aos alunos era curioso e assustador, pois havia inexperiência como professor, afinal nunca tinha sido chamado assim, mas com a prática, as discussões feitas nos encontros sobre o que fora vivido por cada um em sala de aula, ser professor acabou se tornando natural.

Muitas experiências com os alunos foram vivenciadas, em uma determinada turma de sexto ano havia um aluno que estava passando por processo de alfabetização, lia com dificuldade, tinha uma escrita toda errada sendo que esta era muito lenta, ele ficava no canto em uma sala cheia de alunos. Dar atenção a

ele seria de extrema importância para o professor de Matemática que ali estava, se não fosse o restante da turma que tinha outros tipos de dificuldade, em uma tarefa que devia ser feita pelos alunos, observei que este aluno não realizava o que era pedido, ele só olhava para frente, o rosto dele transmitia tristeza, um olhar fundo, uma carência e uma necessidade de ser ajudado. Preocupado me encaminhei para ajuda-lo, neste momento alunos falavam que ele não fazia nada, que o caderno dele era vazio, pensei, enquanto tiver aqui vou fazer algo por ele, sentei com ele fiz a leitura do que pedia junto a ele, fui me aproximando aos poucos, naquele dia fizemos pouca coisa, ao mesmo tempo que ele estava assustado com alguém o ajudando, parecia que estava gostando, pois se esforçava. Dei atenção a ele constantemente enquanto estava me direcionando a esta sala de aula, foi possível observar melhoras, e o mais gratificante foi ouvir dos alunos que ele tinha melhorado, que antes ele não copiava nada e que agora passou a copiar, isso também foi observado pelo professor de Matemática, ouvir isso era de extrema importância, pois ver que o trabalho feito estava trazendo mudanças, é a confirmação que estou no caminho certo.

Outra experiência vivida em sala de aula proporcionada pelo PIBID era a de estar a frente de uma sala e observar o quanto cada aula era importante para os PIBIDanos, nós íamos para as salas em grupos, enquanto um ensinava, os outros do grupo observavam. O que trazia novas experiências e aprendizado do que se podia fazer ou não fazer.

Algo que, com certeza, vou levar para sempre é a necessidade de estar preparado com o conteúdo que se vai ensinar, ainda não sendo o suficiente, pois às vezes os alunos levam a aula pra outros caminhos e dificuldades, por isso a cada aula uma nova experiência um novo aprendizado. Há a construção de um professor que pretende chegar a perfeição, mas que nunca vai conseguir, pois cada aluno é capaz de proporcionar uma nova situação. Entender o ambiente escolar e estar ali incluso foi fundamental para a minha formação.

Tenho vivido muitas coisas boas na faculdade, gosto de ouvir professores contando o que passaram para se tornar profissionais de qualidade. A Matemática é cheia de aventuras, tudo tem que ser descoberto, por isso é nesse meio que quero estar nos próximos anos, sendo professor em alguma escola, fazendo novos amigos, realizando outros sonhos, sempre estudando. E que a cada momento que eu possa viver seja um desafio a ser conhecido e vivenciado para novos aprendizados.

Caminhos trilhados para o ser professor: PIBID uma nova formação

Eliane Siviero da Silva
UNESPAR/FECILCAM
4º ano do Curso de Matemática

Meu nome é Eliane Siviero da Silva, tenho 20 anos, moro em Moreira Sales - PR e estou cursando o quarto ano do curso de licenciatura em Matemática na UNESPAR, campus de Campo Mourão.

Sempre gostei de estudar, tirava notas boas na escola e almejava dar continuidade aos estudos. No Ensino Fundamental pensava em cursar Administração, já no Ensino Médio me questionava sobre esse pensamento, será mesmo que quero fazer isso? É a melhor escolha pra mim? E se eu não gostar do curso? Dúvidas essas que ocorrem com muitos jovens no Ensino Médio, pois são muitas opções de caminhos a serem trilhados. Nunca cogitei a opção em ser professora, tão pouco de Matemática. De todos os cursos dos quais me interessei, nenhum era voltado para licenciatura.

Chegada à época do vestibular, ainda não havia me decidido para qual curso iria me inscrever. Esperei até o último dia da inscrição e faria minha escolha após retornar para casa ao término das aulas, no meu caso no período vespertino. No dia em questão durante uma aula de Matemática, meu professor me questionou sobre o curso que havia escolhido, falei para ele que ainda estava em dúvida, nesse momento ele me sugeriu fazer Matemática que eu iria gostar. Fui para casa com essa sugestão na minha mente. No ato da inscrição, mais especificamente na opção do curso, ainda com dúvidas decidi aceitar a sugestão do meu professor e escolhi Matemática. Feito o vestibular, depois de algum tempo veio à notícia de que havia passado, a alegria foi imensa. Fiz a matrícula e iniciei o ano letivo.

No primeiro ano tive muitas dificuldades, pensei até em desistir, mas se eu havia chegado até ali, não iria desistir agora, não importasse o tempo que levasse, mas eu iria concluir o curso de Matemática. Esforcei-me bastante, estudei muito e conseguir passar para o segundo ano. No entanto, ainda não tinha interesse de estar em sala de aula.

No segundo ano com as matérias pedagógicas foi despertado o anseio pela sala de aula, porém ainda não havia vivenciado esse ambiente. Nesse mesmo ano surgiu uma oportunidade para desenvolver o PIC (Programa de Iniciação Científica), o qual eu auxiliaria uma aluna do 4º ano. Essa foi minha primeira experiência em sala de aula, porém eu apenas ajudava os alunos nas carteiras ou ficava observando. Pouco tempo depois houve a divulgação do PIBID (Programa institucional de Bolsas de iniciação a Docência) que teria início no segundo semestre do ano de 2012. Inicialmente não me interessei em participar do PIBID, acreditando que não seria possível por não morar em Campo Mourão. O incentivo dos meus amigos de classe foi o que motivou minha participação no PIBID, e também tive o apoio do meu parceiro de todas as horas, meu grande amigo Ronalti.

Fiz todo o processo de seleção, e consegui entrar. Em agosto começamos o trabalho com o PIBID. Cada encontro aprendia-

mos coisas novas que nos auxiliaria em sala de aula, o trabalho em grupo, o estudo sobre as metodologias de ensino, o trabalho com a Resolução de Problemas, discussões sobre os textos e as tarefas desenvolvidas por nós, entre outros, também não posso deixar de mencionar o comprometimento e o interesse pela nossa aprendizagem do nosso coordenador do subprojeto de Matemática Dr. Wiliian Beline.

Sempre guardo comigo uma fala que nos foi passado, os alunos não são como caixinhas vazias nas quais depositamos as informações, cada um possui uma forma de aprender e possui uma vida fora da sala de aula, seus problemas e suas preocupações que eles acabam levando para sala, e que tudo isso deve ser levado em consideração pelo professor.

Nosso trabalho se baseava nesse pensamento, sempre procuramos pensar em formas diferentes de trabalhar o mesmo conteúdo, explorando as possíveis respostas para um mesmo problema.

Considero minha primeira experiência com o PIBID em sala uma das mais importantes. Nosso trabalho inicial foi em contr turno, no primeiro dia que fomos para a escola estávamos em quatro PIBIDianos, termo esse utilizado para nos nomearmos, e apenas três alunos foram nesse dia. Trabalhamos com a dinâmica da Resolução de Problemas, na qual entregamos o problema, realizamos a leitura conjunta, determinamos um tempo para os alunos resolverem o problema, conduzindo-os por meio de questionamentos e por fim realizamos a plenária, momento em que os alunos se dirigiam ao quadro para exporem as respostas encontradas e justificá-las, nessa parte entrávamos em ação, questionando os alunos e fazendo uma interação entre todos.

No final desse encontro pedimos para que os alunos escrevessem numa folha suas impressões sobre a tarefa e sobre os PIBIDianos. Foi muito gratificante saber que eles gostaram de trabalhar com a dinâmica da Resolução de Problemas e da forma como conduzimos a realização da tarefa. Outro fato que não posso deixar de mencionar é a sensação única de ser chamada

de professora pela primeira vez, sempre estive na mesma situação que eles, como aluna aprendendo e agora eu estava do outro lado, como professora ensinando.

Em outro momento trabalhamos durante as aulas com o professor regente em sala, agora parecia que a responsabilidade era maior, uma turma com 30 alunos, e ainda o professor acompanhado nosso trabalho. Lembro-me de um sexto ano que trabalhamos, em especial uma aluna que me chamou atenção, antes de aplicarmos a tarefa, fazíamos uma observação da turma, acompanhávamos as aulas auxiliando o professor, assim podíamos conhecer a turma e eles a nós. Essa aluna em questão dificilmente participava das aulas, sempre quietinha em sua carteira ou com a cabeça baixa. No dia que aplicamos a tarefa fui até ela e questionei porque ela não estava participando, ela alegou não querer fazer por não gostar de Matemática. Sentei do lado dela e juntas lemos o problema e fui questionando-a, ainda houve resistência da parte dela, mas no fim ela resolveu fazer a tarefa. No final da aula ela me chamou e me disse que agora ela gostava de Matemática e que iria participar mais durante as aulas.

A cada turma que trabalhamos nos deparamos com situações diferentes, dificuldades a serem enfrentadas, turmas com alunos inclusos, alunos mais carentes de atenção, salas numerosas, entre outras situações. Tudo isso, vindo a contribuir para minha formação docente, uma vez que, por meio do PIBID pude perceber que realmente quero ser professora e vários conhecimentos foram adquiridos.

Hoje, vejo que ser professor não é uma simples profissão, exige muito esforço e dedicação, e os exemplos que aqui mencionei, assim como vários outros, me motivam a querer seguir a carreira docente.

Com a graça de Deus me formo esse ano, e depois quero dar continuidade aos meus estudos, fazer uma pós-graduação, mestrado e até um doutorado, mas acima disso quero ser professora.

PIBID: uma dádiva em minha vida

Greicy Kelly Delfino Martinhago

UNESPAR/FECILCAM

2º ano do Curso de Matemática

O PIBID, é muito gratificante porque forma uma corporação entre universidade-escolas que valoriza a profissão, permite a elaboração de materiais novos para a realidade da Educação Básica na atualidade e colabora para a minha formação no projeto.

Vejo que o PIBID contribui de uma forma gigantesca para a minha futura profissão, edificando todo o meu contato com aplicação de conteúdos e elaboração de aulas, mais produtivas e dinâmicas para que assim eu possa ter uma visão mais ampliada, com isso levarei meu melhor potencial para meus futuros alunos.

Essa dádiva, que agora chamarei de PIBID, serrou literalmente toda cegueira que havia gravada em meus olhos diante da Matemática em sala de aula, conhecida por mim, como uma Matemática, pronta, maçante e chata. Mostrando a possibilidade de trabalhá-la, de uma forma dinâmica, divertida e cheia de mistérios a conhecer.

Assim há uma enorme valorização dos meus saberes e dos saberes dos alunos, colaborando de forma efetiva para o crescimento de ambos os lados.

Sendo totalmente sincera, quando comecei a fazer o curso de Matemática eu não queria dar aula. Na verdade eu iria prestar o vestibular para Ciências Contábeis, pois pensava que era uma oportunidade de continuar a estudar Matemática, sem precisar entrar em sala de aula e enfrentar o “inferno” o qual eu imaginava que era. Mas pela graça de Deus, uma professora de Matemática do terceiro ano do Ensino Médio, conversou muito comigo, me incentivando a entrar no curso de Matemática.

No primeiro vestibular que prestei, passei e fiquei em décimo lugar, entrando na faculdade no ano de 2012. Em meu primeiro ano de curso sofri um grande impacto, pois no Ensino Fundamental e Médio, nunca fui uma aluna de estudar em casa. Por incrível que pareça era sempre a melhor aluna da sala, só com a explicação do professor, sem precisar de estudos fora da sala de aula. No entanto na faculdade, foi sofrido, ajeitar o meu dia e parar para estudar.

Um das grandes pessoas que agradeço hoje é minha mãe, que me ajudou a gostar de Matemática sem perceber. Foi assim, quando criança, tinha um baixo percentual de aprendizagem, acarretando na minha reprovação na terceira série do Ensino Fundamental. Após minha mãe saber disso, me deixou as férias estudando a tabuada. Também na época eu possuía um padrasto que todo dia antes de ir trabalhar me dava para eu guardar em meu cofrinho um real, um peso e um dólar.

Assim todos os dias eu ligava a TV a cabo, olhava no jornal o preço do dólar e do peso, em reais. Somando todos os dias a fortuna que tinha no cofrinho. Logo, no outro ano que comecei a fazer a terceira série novamente, tive um grande desempenho na Matemática, tornando assim uma das melhores alunas nesta matéria. Isso também abriu as portas para estudar mais e ter muito interesse nas outras matérias.

Foi um tempo em que, não somente consegui desenvolver melhor os conteúdos, mas também a minha autoestima subiu, voltando a ser uma pessoa alegre e não melancólica e desanimada.

A importância do PIBID em minha formação acadêmica no que diz respeito à experiência como futuro docente é uma dádiva, pois, antes de me formar ou entrar no estágio supervisionado eu já consigo ter um enorme contato com a sala de aula, levando o aluno a ter novas oportunidades de levar as tarefas para as situações corriqueiras e na profissão que futuramente seguirá. Trazendo uma grande satisfação de missão cumprida como professora.

Essa vivência dentro da sala de aula com os alunos traz tranquilidade e me deixa mais preparada para o que esperar num futuro próximo. A cada dia este projeto, faz com que eu tenha um preparo mais rico e satisfatório, trazendo assim uma experiência vivida em sala de aula, diferente dos outros universitários que não tiveram esta oportunidade.

Uma oportunidade muito legal dentro da sala de aula foi quando com alguns companheiros trabalhamos com um problema envolvendo módulo. Lembro que apenas um aluno do Ensino Médio tinha visto função modular, mas não se lembrava de como proceder.

Antes de entregar o problema, passamos no quadro o conceito básico de módulo, explicando passo a passo o porquê de usar modulo na função. E a partir disso fizemos vários exemplos, com números variados, para eles entenderem bem a função modular. Aprendi que os alunos sabem os conteúdos, o que falta mesmo é um incentivo para recordar o que já haviam estudado.

Outro momento em sala, foi quando eu com alguns companheiros do projeto, levamos um problema que envolvia distributiva e fatorial para os alunos. Esta sala possuía vinte e quatro alunos, assim a dividimos em seis grupos, com quatro alunos em cada.

Ao entregar o problema para cada aluno, eles tiveram cerca de vinte minutos para resolver. Na hora da resolução cada aluno de cada grupo foi na louça apresentar a resolução discutida em grupo.

A partir do segundo exercício, foi perguntado para cada grupo como eles conseguiram entrar em consenso para chegar àquele resultado. Então colocamos na lousa um nome para cada grupo, e escrevemos o resultado que cada um chegou.

Alguns grupos possuíam somente meninos, e eles às vezes conversavam bastante atrapalhando assim o desenvolvimento de toda a sala. Por conseguinte, na hora surgiu uma ideia de envolvê-los mais ainda no exercício, ou seja, pedir para esses grupos de meninos ajudarem a desenvolver ideias para resolver as questões.

Mas no final do segundo exercício e após todo o desenvolvimento dos alunos, foi formalizado o exercício para compreensão de todos. Nesta experiência é denotada fortemente, a atitude do professor dentro da sala de aula. Inicialmente sabemos que um professor tem o dever de preparar uma aula que encaixe toda a necessidade dentro da sala de aula e fundamentada no currículo escolar.

A peça fundamental é saber lidar com as situações corriqueiras, geradas na sala na relação aluno com aluno e professor com aluno, pois o intuito da aula é envolver todos para uma aprendizagem melhor, resultando a interação de todos numa dinâmica de ensino-aprendizagem.

Todas as experiências terão um grande valor em minha vida, pois ao me formar, vou buscar entrar na profissão de professora, e cada dia mais buscarei novos conhecimentos. Agora se vou me especializar em Matemática ou fazer outro curso na área de Engenharia, vai depender da vontade de Deus em minha vida.

PIBID contribuindo para a formação profissional

Carla Larissa Halum Rodrigues
UNESPAR/FECILCAM
3º ano do Curso de Matemática

O Subprojeto de matemática desenvolvido por meio do PIBID proporciona a vivência escolar para alguns acadêmicos de qualquer ano do curso de Matemática, antes do PIBID este contato com as escolas ficavam restrito aos 3º e 4º anos com os estágios, que possibilitam apenas o contato com uma turma do Ensino Fundamental e uma do Médio.

Este programa veio para inserir os acadêmicos no ambiente escolar, possibilitando vivenciar diferentes níveis e turmas de ensino. Com isso, o acadêmico desde o primeiro ano do curso pode ter possibilidade de saber se realmente está na profissão desejada.

No contato com a sala de aula percebi que o professor tem que interagir com todos os alunos, incentivando-os a entender o conteúdo, porém um professor não consegue dar conta de

atender a sala inteira e ainda muitos alunos não estudam em casa, logo alguns não conseguem compreender o conteúdo.

No entanto, o professor tem que buscar metodologias que facilitem o entendimento e que despertem no aluno a vontade de aprender, porém como as novas estratégias de ensino são pouco utilizadas, o índice de aprendizagem é baixo.

O professor tem que estar bem preparado porque o ambiente escolar é um lugar de troca de informações e de circulação de diferentes pessoas, assim o professor tem que ter autoridade em sala de aula, senão os alunos não o respeitarão e ele não conseguirá dar sua aula.

Ser professora sempre foi uma das alternativas para minha profissão e com o PIBID realmente percebi isso, pois ser professor é muito difícil, muitos alunos não ligam para o conhecimento, isso frustra o professor que está com toda vontade de ensinar e muitas vezes teve que preparar a aula em casa, por isso ser professora não é a minha primeira opção de serviço.

O que me motivou fazer Matemática foram algumas professoras da disciplina, que tive na educação básica, elas apresentavam amor no que estavam ensinando, isso me encantou, bem como, o entendimento mais rápido de um conteúdo matemático e o número de vagas para o mercado de trabalho.

O PIBID possibilita uma experiência única do meio escolar, como: o contato com os professores e alunos, com diferentes turmas, níveis e escolas; além disso, a busca de escolha das tarefas; a preparação do plano de aula; a aprendizagem dos conteúdos; confecção de materiais; leituras sobre as metodologias; as trocas de experiências com os demais participantes do PIBID e a participação em eventos.

Para minha formação, o PIBID proporcionou a aprendizagem de duas metodologias de ensino, sendo elas: “Resolução de Problemas” e “Investigação Matemática”. Ao trabalhar com estas metodologias percebemos que os alunos apresentam outro interesse para o conteúdo, pois tais metodologias levam o aluno a construir e expor seu próprio conhecimento.

A experiência do PIBID colaborou para dar continuidade nos estudos, explorando cada vez mais metodologias de ensino que motive o aluno a participar, bem como conhecer a realidade escolar, principalmente da sala de aula. Atualmente não tenho tanto medo de encarar uma sala de aula, porque tenho uma noção do que posso encontrar.

Agora citarei algumas coisas que aconteceram no ambiente escolar que me marcaram e que podem auxiliar docentes que tiveram pouco contato com a sala de aula.

Alunos que estão no 6º ano e não sabem ler e escrever conforme deveriam para estar cursando este nível de ensino. Assim, o professor além de dar conta do seu conteúdo tem que trabalhar de forma diferenciada com este aluno, fazendo-o progredir, e ainda encaminhá-lo para um profissional especializado, para que o mesmo possa se desenvolver.

A vontade de alguns alunos de entender o conteúdo, pois eles chamam, questionam o professor e trocam informações com os colegas.

Alguns alunos que ficam quietos no lugar, se o professor não for até eles e explicar o conteúdo, os mesmos acabam só copiando e não aprendem.

A falta de responsabilidade de alguns alunos que chegam atrasados, faltam nas aulas, perdem conteúdo e trabalhos, e ainda no final do ano o professor tem que proporcionar várias chances para o aluno, pois o mesmo deve passar de ano.

As estratégias de ensino de alguns professores não despertam o interesse dos alunos, estes fazem somente as atividades para passar de nível e não para que o ensino torne um conhecimento.

Alunos que conversam a aula inteira, mas copiam o conteúdo e fazem a tarefa.

A falta de educação com o professor que está explicando a tarefa no quadro, pois tem sala de aula em que os alunos ficam conversando e andando, enquanto o professor está explicando o conteúdo.

No último bimestre alguns alunos que já passaram não estão com vontade de aprender mais e ficam desestimulados para concretizar as tarefas.

Quando me formar, procurarei dar continuidade aos estudos ingressando em uma pós-graduação e/ou em um mestrado e estudarei para concursos públicos. Ao passar no concurso de professor já terei algumas experiências adquiridas por meio do PIBID que me auxiliarão pela carreira docente.

PIBID: um pilar mestre em minha construção acadêmica

Luis Henrique Baltazar

UNESPAR/FECILCAM

2º ano do Curso de Matemática

Antes de começar, vou me apresentar, meu nome é Luis Henrique Baltazar, tenho 19 anos, e faço parte do PIBID de Matemática, da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) – *Campus* Campo Mourão, também conhecida como FECILCAM.

Ingressei na faculdade há cerca de três anos, Matemática foi meu primeiro vestibular, porém não minha primeira vontade e nem ideia, pensei primeiro em fazer Física, afinal é a matéria a qual realmente amo, só que devido a condições financeiras, de moradia, e por ser em outra cidade, não pude nem tentar fazer, pois eu deveria ficar na minha cidade e ajudar minha família. Então prestei vestibular para Matemática e Psicologia, mas como Matemática era o mais perto de Física, decidi por fazê-la.

Confesso que não era minha intenção ser professor de Matemática, ou eu terminaria e iria prestar concursos para bancos,

receita federal, policial criminal, qualquer outra, menos professor, pois nunca fui fã da ideia de ensinar. Porque ensinar é passar um pouco de si ao próximo, eu não me via como uma boa pessoa para essa função de passar adiante, mas com o tempo e as experiências vivenciadas nesses dois anos já cursados, e um ano e meio de PIBID, vi muitas coisas e minha vontade de ser professor cresceu, e se tornou a prioridade logo após sair da faculdade.

O PIBID me deu uma base gigantesca de como seria ser professor, pois existe uma diferença imensa entre você ver seu professor sendo professor, e você estar lá no lugar dele, e aos poucos com o PIBID pude ver isso, e começar a aprender como ser professor, muitos acham que é fácil, chegar à frente da sala de aula, explicar a matéria, ensinar, mostrar o caminho para o aprendizado, porém não é só isso que fazemos, ser professor é bem mais que ensinar, é ser mestre, pois mestre, ensina, educa, cuida, protege e além do mais não ensina só sua matéria, mas também ensina a viver.

Lembro-me de duas coisas que realmente me marcaram no PIBID, elas foram marcantes porque foi onde eu vi o quanto nós alunos podemos complicar a mente de um professor.

A primeira foi quando eu estava junto com algumas amigas também PIBIDianas, acompanhando uma sala de segundo ano do Ensino Médio, os alunos não se interessavam pelo que estávamos passando e nem pelo que estávamos tentando lhes ensinar, a matéria em questão era trigonometria, assunto bem problemático em meio escolar, a sala não ia bem nas notas, a falta de interesse era evidente em suas faces, mas mesmo assim continuamos frequentando e tentando ajudá-los. Lembro-me que logo no começo das aulas eles não sabiam de jeito nenhum quais eram os valores dos senos e cossenos principais, e uma integrante do grupo no qual eu estava, lhes ensinou uma música que falava sobre esses valores, e fiquei muito surpreso e completamente entusiasmado quando vi todos cantando juntos e decorando rapidamente a letra.

A segunda experiência foi em uma sala de segundo ano do Técnico em Administração, chegamos à sala e fomos muito bem recebidos pelo professor e equipe pedagógica do colégio, mas os alunos não estavam nem ai para a gente, e continuaram a conversar, fiquei muito surpreso, pois quando eu estudava gente nova na sala era motivo para nós ficarmos quietos e ficarmos nos questionando quem era e o que faria ali. Nos apresentamos e falamos o que faríamos e eles nem deram atenção, não que fosse atenção a nós que eles deveriam dar, mas fiquei realmente surpreso com o ocorrido. Voltamos durante algumas semanas para poder conhecer a turma e mais a frente aplicar uma tarefa, e confesso que aplicamos a tarefa, e que foi totalmente o contrário do que planejamos, e foi exatamente isso que me marcou, foi o fato de ocorrer totalmente diferente. Na aplicação grande parte da sala não participou, ganhei uma música naquela sala, embora não seja de se felicitar com ela, pois era de zombaria. Zombavam de mim devido ao costume que tenho de usar chapéus, não decorei a música, mas lembro que toda vez que me viam ficavam rindo e cantando. Foi toda essa aversão que a maioria apresentava à nossa matéria, a nós que aplicávamos a tarefa, que me marcou, pois eu não tinha ideia do quanto às zombarias e brincadeiras bobas dos alunos poderiam ficar na cabeça de um professor e incomodá-lo.

Vejo que daqui para frente, o meu futuro será ser professor, e além de tudo ser também um aluno mais compreensivo e mais humano, e bem como ser um mestre, para orientá-los a viver e tentar dar um caminho para o seu futuro.

“Professor: ser ou não ser eis a questão”

Isadora Cristina Molina Oliveira

UNESPAR/FECILCAM

2º ano do Curso de Matemática

Oi, meu nome é Isadora Cristina Molina Oliveira, tenho 18 anos e moro em Araruna-Paraná (nossa, parece até entrevista de emprego “risos” fala sério).

Ingressei na universidade com 16 anos, meu primeiro vestibular, mas não o primeiro sonho. Fiz o vestibular para Matemática meio que sem muita vontade de passar, para falar bem a verdade foi minha mãe que deu a ideia, a Matemática não era pra mim, poderia ser a minha matéria favorita no Ensino Médio, mas acho que não combinava.

Passei no vestibular e agora?

Agora vai, né. O meu primeiro pensamento quando eu entrei, vou trabalhar em banco, porque professora não é a primeira opção. Na minha visão professor sofria muito, é aluno mal educado, é muita intriga pra lá pra cá, professor tem que saber de tudo, um mundo que eu não sabia se poderia ser o meu.

O ano começa e tudo é muito novo, de início parece a mesma coisa de Ensino Médio, você conhece os amigos, os professores ai tudo vai bem, dai você percebe que ali você tem que “ralar”, tem que estudar mesmo, era muito mais difícil do que eu pensava. Ao decorrer do primeiro ano, fomos informados de um projeto da faculdade juntamente com a CAPES, o PIBID.

Mas o que era o PIBID? Formalmente significa Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, o programa serve para incentivar o aluno a ver a realidade de uma sala de aula, dar a chance ao acadêmico de ter alguma experiência, antes mesmo até do estágio, contribuir desde a mudança de metodologias de ensino a novas metodologias de aprendizado. PIBID ótimo projeto, com ótimos objetivos, ótimos candidatos, ótima oportunidade de seguir um caminho que lhe fornece experiência para o futuro.

Mês de agosto, dia de seleção, prova e entrevista, não foi desta vez, sinto muito. Fiquei na lista de espera, fazer o que?!, Nem tudo vem da primeira vez.

Mês de outubro, bem vinda ao PIBID, houve desistências, há uma nova integrante. Engraçado é lembrar este dia, tudo é novo como um primeiro dia de escola, pessoas novas, rotina nova.

PIBID foi um achado na minha história acadêmica, foram meses de muito aprendizado, muito estudo para ter o conteúdo na ponta da língua para fazermos o melhor trabalho possível, o trabalho de um excelente professor. É difícil não lembrar os primeiros dias que fomos à escola, é um mundo novo onde você é o professor.

O projeto nos introduz em um lugar que futuramente será nossa rotina, as experiências obtidas sem dúvidas são únicas na vida de cada PIBIDiano.

Lembro-me de algumas, nos meus primeiros meses participando do projeto, fomos a uma determinada escola em uma turma de sexto ano. E havia uma menina que era particularmente especial, não havia algo diferente em sua aparência, mas em suas vontades, ela era muito esperta, todos os alunos a conheciam, porém ela se deixava levar fácil pelos amigos, não fazia os traba-

lhos, nem provas, não fazia nada para ser mais exata, perguntamos (meus colegas de projeto e eu) o porquê de sua atitude, os motivos que a levavam a não concluir o que realizava, ela apenas nos disse: “Eu não vou passar mesmo, e nem os meus amigos, ano que vem os vejo de novo. Se eles não passarem, eu também não vou passar”. Como era curioso uma menina com pouca idade, escolhendo o que era apenas cômodo a ela e aos amigos, sem se importar ao certo com o futuro.

Outro fato marcante aconteceu há alguns meses, fomos aplicar uma tarefa em uma sala de segundo ano do Ensino Médio, participamos de algumas aulas antes da real aplicação, era uma sala de reputação baixa por sinal, onde particularmente não fomos recebidos com “flores”, eles não gostaram de novas visitas em sua rotina. Lembro-me de um grupo que não contribuía com a aula, apenas pensavam em rir, falar das vidas alheias, mexer no celular e etc., em um dia antecessor ao dia da aplicação, os alunos começaram a “gozar” de nós, tentávamos não parecer tocados com os comentários, eles até fizeram uma musiquinha sobre nós, pena que não conseguimos decorar a letra, foi complicado, mas esclarecedor, mesmo com as dificuldades enfrentadas neste dia, tive a real certeza que queria ser professora, se tudo fosse fácil, não teria tanta graça. Tudo que vem fácil vai fácil.

Antes do projeto era complicado pensar em um futuro onde eu era a educadora, pensei várias vezes em desistir, foi muito duro ver algumas atitudes dos alunos, porém, após experiências boas e ruins, percebi que as atitudes que me magoaram continuarão a acontecer, não uma vez apenas, mas muitas ainda. E que mesmo com essas atitudes negativas vindas deles, posso fazer a diferença na vida desses alunos, quero mostrar a eles que a Matemática pode ser “legal”, que o professor não é apenas quem está na frente da turma a explicar, e sim um amigo, com mais responsabilidade e que eles devem ter um respeito diferente, mas que está ali para aprender junto deles. A experiência, o auxílio, as broncas, os trabalhos, os esforços, tudo que veio atribuído com o PIBID foram indispensáveis para a minha escolha, para a escolha de educar.

Neste futuro próximo, o projeto sempre me seguirá, penso que tudo que aprendi e aprenderei nestes próximos anos de projeto levarei para a minha futura sala de aula. Após o término da faculdade e do projeto, pretendo prestar concursos, com o intuito de ministrar aulas. Pretendo também cursar uma pós-graduação, um mestrado, um doutorado sempre visando à sala de aula, os métodos de ensinos, tantos os aprendidos com o projeto, quanto pesquisa de novos métodos, novas iniciativas.

A importância do PIBID em minha formação enquanto docente

Karina Dezilio

UNESPAR/FECILCAM

3º ano do Curso de Matemática

Minha vontade nem sempre foi fazer matemática, desde criança adorava animais, e quando prestei vestibular quis de imediato cursar Medicina Veterinária. Como não consegui a bolsa pelo ENEM e minha família não tinha condições financeiras para bancar esse curso, me restaram apenas duas opções: os cursos oferecidos pela UEM-Campus Regional de Goioerê - CRG, e os cursos oferecidos pela UNESPAR/FECILCAM de Campo Mourão, por serem as cidades mais próximas da minha. Dos cursos oferecidos em Goioerê nenhum me interessava, e dos cursos oferecidos em Campo Mourão o que mais me identifiquei foi à matemática. Foi quando prestei vestibular para esse curso no ano de 2010, mas infelizmente não passei, fiquei em trigésimo nono lugar, tendo em vista que eram 20 vagas, mas foi com insistência

e força de vontade que prestei vestibular pela segunda vez, onde fui aprovada em décimo terceiro lugar.

No primeiro ano de faculdade, em 2011, não foi fácil, tive muitas dificuldades, em alguns momentos até pensei em desistir do curso, pois minhas notas eram quase todas vermelhas, mas foi com persistência que continuei, nos anos seguintes foi melhorando. Quando surgiu a oportunidade do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), me interessei em fazer, até então não tinha nenhuma visão como professora e se era realmente isso que eu queria para minha vida. Comecei a participar do PIBID e me animei com o objetivo do projeto, que insere acadêmicos de cursos de licenciatura nas redes públicas de ensino, desde o início de sua formação docente, para que possa vivenciar o cotidiano escolar, incentivando desse modo, a formação de professores para a educação básica e contribuindo para a elevação da qualidade da escola pública. Com o tempo fui percebendo que ensinar é muito prazeroso, principalmente quando olhamos para os alunos e vemos em seus rostos que realmente aprenderam. Esse momento é que me fez perceber o quão importante é ensinar, pois gera ocasiões gratificantes que me fizeram entender que todos os esforços e sacrifícios valem a pena.

Quando comecei a cursar matemática, eu confesso, tinha muito medo de atuar em sala de aula. O meu medo maior era não saber responder a pergunta feita pelo aluno, no entanto, com o PIBID, felizmente, esse medo foi superado, pois ao conviver em sala de aula percebi que ninguém traz consigo um conhecimento completo de tudo, para estar apto, nesse caso, ao ensinar Matemática, temos sempre que estar atualizado, buscando novos conhecimentos. Mesmo que não saibamos de imediato responder as perguntas dos alunos, podemos nos informar a respeito do assunto para sanar essas dúvidas, contribuindo desse modo, ao crescimento profissional.

Não foi somente isso que o PIBID proporcionou para minha formação enquanto docente. Ao estar inserida nas escolas, pude verificar a realidade nas salas de aulas, fazendo enxergar que o

saber de um determinado conteúdo, está bem longe de saber ensinar.

Atuando em sala de aula pude verificar que ensinar é algo muito complexo que deve ser tratado com muito cuidado. Talvez o que acreditava ser de fácil compreensão para os alunos se tornava algo tão complexo, e aquilo que achava ser de difícil compreensão se tornava algo tão simples, devido o fato de estar levando em consideração o modo como compreendi o conteúdo e o modo em que eu achava que eles iriam compreender e não como o aluno poderá reagir a esse novo conteúdo.

Na realidade não há como saber o comportamento do aluno diante um novo conteúdo, por isso temos que ir preparados para as possíveis possibilidades que podem ocorrer durante as aulas, diante um conteúdo apresentado. Pude verificar que cada aluno aprende de forma diferente, e no seu tempo necessário, uma frase ou até mesmo uma palavra diferente pode acarretar a um melhor entendimento para uns, ou até mesmo, ser compreendido por outros que não estavam conseguindo compreender.

Foi graças ao PIBD que me motivou a seguir o caminho de professora, me fornecendo experiências que talvez, não teria adquirido nos estágios, uma vez que o tempo em que atuamos nos estágios não é suficiente para mostra a realidade das salas de aulas.

Um dos momentos que presenciei em sala de aula foi quando estávamos explicando as quatro operações por meio de jogos, e uma aluna me pediu uma explicação sobre o funcionamento do jogo. Eu me lembro de que era um jogo relacionado à divisão. Expliquei como funcionava, no entanto no momento em que era preciso efetuar contas de divisão a aluna parava. Perguntei o motivo da desistência, e ela com vergonha das outras colegas, por saberem efetuar as contas e ela não, quis desistir de jogar. Foi quando expliquei como realizar contas de divisão com vírgulas, sem vírgulas, quando que acrescenta o zero e a vírgula no quociente e o porquê disso, dei exemplos, enfim tentei explicar de todas as maneiras as características envolvidas na divisão. A

recompensa de tudo isso foi a seguinte frase dita pela aluna: *Ah, agora sim eu aprendi como se faz uma conta de divisão!*

Outro momento, similar a esse, ocorreu com um aluno, quando este, apresentava dificuldades em compreender o conceito de fração. Em um determinado exercício pedia para colocar os símbolos $>$ ou $<$ entre as frações, foi quando que esse aluno me chamou dizendo que não havia compreendido o exercício. Perguntei-lhe o que ele não estava compreendendo e ele me disse que não havia entendido como identificar qual fração é maior ou menor. Para tentar explicar perguntei se ele sabia o significado de frações e ele balançou a cabeça, e pela expressão de seu rosto notei que ele não sabia. Então perguntei: *Para você o que significa quatro terços?*, perguntei-lhe representando a fração em seu caderno. Ele me respondeu: *Ah, sei lá... (ficou pensando)... é uma fração.* Aí eu lhe perguntei: *Como que se chama o número da parte de cima e da parte de baixo da fração?* Onde me respondeu: *Esse eu sei. O número de cima se chama numerador e o de baixo denominador.* Depois expliquei que quatro terços é a mesma coisa que quatro divididos por três. Após ter dito isso lhe fiz outra pergunta: *Se quatro terços é a mesma coisa que quatro divididos por três, como você pode fazer para descobrir qual das frações é maior e consequentemente qual seria a menor?* Foi quando me respondeu: *Ah, basta eu dividir uma fração e depois a outra para saber qual é maior daí fica fácil de descobrir.* Confirmei sua resposta e lhe fiz outra pergunta: *Há outra maneira de saber qual das frações é maior?* Ele ficou pensativo e disse que não sabia outra maneira. Percebendo que ele não iria responder, disse-lhe para comparar os numeradores e denominadores das frações, nos casos em que o denominador entre elas forem iguais bastaria analisar os numeradores, a fração que obter o numerador menor será menor, logo a fração que obter o numerador maior será maior. Já nos casos em que o numerador entre as frações forem iguais, a fração que obter o denominador menor será maior, logo a fração que obter o denominador maior será menor. Expliquei somente esses casos, pois eles estavam estudando somente quando o numerador ou denominador eram iguais para comparar as frações.

Casos como esses que me motivaram a continuar sendo professora, onde de alguma forma eu poderei estar ajudando e me sentindo útil ao fazer com que os alunos entendam realmente o sentido da matemática.

Assim que eu concluir esse curso, pretendo atuar como professora, não importa se seja na rede de ensino básico ou de ensino superior, o importante é atuar em sala de aula, para tentar passar para os meus alunos os conhecimentos adquiridos durante todo esse tempo que estudei, e que ainda irei estudar.

PIBID, a cada novo olhar uma nova experiência

Suzana Domingues da Silva
UNESPAR/FECILCAM
3º ano do Curso de Matemática

Sempre gostei de ensinar, quando criança na maioria das vezes sempre brincava de ser professora. Na escola nos anos iniciais, pedia a minha professora alguns gizos e quando chegava em casa, pegava uma tábua velha e ia ensinar à outras crianças o que já tinha aprendido. Ensinava o alfabeto, os números, ensinava a juntar as sílabas, ensinava a fazer contas e assim por diante. Com o passar do tempo fui crescendo, passando pela fase de adolescente e parando de brincar de professora, no entanto, no decorrer de minha escolaridade sempre ensinava os meus colegas de classe em algumas dúvidas que tinham, inclusive na disciplina de matemática no qual sempre me simpatizei.

Sempre gostei de animais e meu sonho era fazer faculdade de medicina veterinária, porém não consegui uma bolsa de estudo e como não tenho dinheiro para pagar uma faculdade, decidi pres-

tar vestibular em Campo Mourão na UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná- Campus de Campo Mourão. Dos vários cursos noturnos que lá tem, escolhi matemática, pois sempre gostei dessa disciplina. Meus amigos diziam e dizem até hoje, “você é louca em fazer matemática”, confesso que é até engraçado ouvir isso. Pois bem fiz o vestibular, fiquei na 23^o colocação onde tinha apenas 20 vagas, não desanimei, afinal era meu primeiro vestibular, mas graças a Deus consegui uma vaga na segunda chamada.

Em 2011 comecei a faculdade, estava trabalhando, não pensei que seria tão difícil fazer matemática e trabalhar ao mesmo tempo. Cálculo I era meu terror, apesar de eu ir mal na disciplina de introdução a computação também. Tinha muitas listas pra fazer e não estava dando conta de tanta coisa, minhas notas no primeiro e segundo bimestre foram um fiasco e quando ficava sabendo de minhas notas, ia embora pra casa chorando. Decidi então parar de trabalhar. Minhas notas melhoraram bem, mas não consegui recuperar em calculo I e computação, deste modo peguei exame nestas duas matérias, estudei extremamente para os dois exames, para minha alegria passei em computação e pra minha tristeza fiquei em cálculo I. Mesmo com matéria pendente não desisti de estudar, ao contrário não desisti e quero estudar cada vez mais. Penso e quero fazer mestrado, doutorado e pós-doutorado, tudo na área de matemática. O sonho de medicina veterinária ficou para trás. E o PIBID? Como surgiu na minha vida?

No segundo ano da faculdade, Karina¹ e eu estávamos na disciplina de cálculo I, foi quando entrou na sala o Professor Willian Beline, divulgando sobre PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência), ficamos animadas com esse projeto, então resolvemos nos inscrever e também incentivamos nossos amigos que fazem matemática a fazer o projeto. Houve a seleção e Karina, eu e nossos amigos passamos e estamos até hoje neste programa.

No curso de matemática da UNESPAR - campus de campo mourão, o estágio começa no terceiro ano e são 25 horas aulas. 5

¹Karina é minha parceira na realização desse trabalho.

horas aulas de observação e 20 horas aulas de regência. O estágio nas escolas começa no 3º bimestre. Desde então tenho muito que agradecer ainda mais o PIBID, pois se eu não estivesse nesse projeto, se eu não estivesse vivenciado o “chão” escolar com certeza eu teria desistido do curso. O PIBID tem muita importância na minha vida e para minha formação, pois graças a ele descobri realmente o que quero. Não penso mais em fazer outra faculdade e sim me aperfeiçoar cada vez mais em matemática e é graças a esse objetivo do PIBID em inserir os acadêmicos no cotidiano escolar, que posso ter certeza das minhas escolhas.

Para tanto, valendo-se das atividades realizadas, obtive experiências que contribuiu para minha formação docente, visto que aprendi a analisar as particularidades dos alunos, assim como lidar com várias situações decorrentes em sala de aula. Das atividades realizadas em sala falarei duas que muito me chamou a atenção, quando ainda estávamos trabalhando com Resolução de Problemas, uma estratégia de ensino que vem ganhando seu espaço cada vez mais, onde tem por intuito resolver problemas de forma diferente, onde o aluno construa seu próprio conhecimento inibindo, de fato, a reprodução de conteúdos. O motivo mais importante em se ensinar por meio de resolução de problemas é “ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática” (ONUChic, 2004). Além disso, permite que os alunos convivam em grupo, uma vez que promove um ambiente de discussão e questionamentos.

Uma das experiências em sala de aula que me chamou muito atenção foi um problema utilizado do banco de questões do PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes intitulado “torneio de tênis de mesa”. Que foi aplicado numa turma do 7º ano, da rede pública de ensino do município de Campo Mourão - PR. Os conteúdos que poderiam ser utilizados neste problema seriam a multiplicação e análise combinatória, no entanto análise combinatória é um conteúdo de ensino médio, logo os alunos teriam que achar uma maneira de resolver sem ser por combinação,

ou seja, por tentativa e erro. Pois bem, falamos um pouco pra eles sobre resolução de problemas, como que é feito, o objetivo em trabalharmos com essa metodologia e também a forma como iríamos trabalhar com eles. Pedimos para sentassem em grupos, lemos com eles o problema e deixamos-los resolverem. Quando chegou à discussão final, pedimos para cada grupo apresentar suas resoluções, foi fantástico, cada grupo fez de maneira diferente e chegaram a resposta correta e isso me marcou muito.

Outra experiência que me marcou, aconteceu nesta mesma escola, mas com alunos do oitavo ano. Para a realização da atividade utilizamos também um problema do banco de questões do PISA intitulado “Concentração de Medicamentos”, no qual foi agente de pesquisa para um relato de experiência². No decorrer da atividade nos deparamos com um aluno que não estava conseguindo realizar a atividade, pelo fato de estar fazendo uma multiplicação errada, resolvido esse problema o aluno nos disse a seguinte frase: “Pode sair, agora eu resolvo, não vou te dar o mérito”. Percebi a autonomia dos alunos em resolver as questões, o interesse deles em terminar aquilo que começaram, a maneira e as estratégias que os eles usaram para resolver um problema por meio da resolução de problemas, uma metodologia que faz toda diferença em sala de aula e desperta no aluno o interesse pela matemática e faz com que eles percebam que podem fazer matemática e fazer bem. Assim como os professores de matemática que ensinam seus alunos através da resolução de problemas sentem-se gratificados verificando o desenvolvimento e a compreensão de seus alunos por seus próprios raciocínios (Onuchic, Allevato, 2011).

Mediante a todos esses acontecimentos e experiências vivenciadas com o PIBID pretendo continuar lecionando aulas, me aprofundar cada vez mais em matemática e ser uma coordenadora do PIBID.

2 Trabalho com resultado do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Estadual do Paraná – Campus de Campo Mourão, Publicado no Encontro Nacional De Educação Matemática intitulado “Resolução de Problemas Numa Turma de 8º ano: O Problema da Proporção”.

O PIBID e minha formação

Maisa Silva Leite

UNESPAR/FECILCAM

2º ano do Curso de Matemática

Meu nome é Maisa Silva Leite, estou com 19 anos, sempre gostei e tive interesse na área de exatas. Durante o Ensino Básico tive professores de Matemática que fizeram com que eu me apaixonasse e me espelhasse neles. Sem dúvidas era o curso que eu gostaria de fazer, embora um curso superior não seja apenas repleto de coisas lindas, gostar de Matemática é que sempre me motivou a continuar, apesar das dificuldades encontradas. Mesmo admirando muito a profissão e amando Matemática, quando eu iniciei o curso eu não estava certa de que queria ser professora, e fico extremamente feliz de saber que pude ter essa nova visão.

No início pensei em desistir do curso, justamente por estas dificuldades, por falta de motivação e pelo receio de descobrir que a sala de aula não era tudo que eu imaginava apenas nos últimos anos de faculdade com o estágio obrigatório, foi então que entrei no PIBID no primeiro ano de graduação.

Foi através do PIBID que descobri a paixão que sinto em entrar em uma sala de aula e descobri que ser professor era muito mais do que eu imaginava, existem dificuldades, é necessário ter dedicação, amor, disciplina e, sobretudo, vocação, pois mais difícil do que aprender, é passar o seu conhecimento adiante.

O PIBID contribuiu de várias maneiras para a minha formação acadêmica, primeiramente pelo fato de poder estar em contato com outros acadêmicos, professores, e envolvida em atividades deste meio, o que me tornou ainda mais comprometida e interessada pelo curso.

Por meio do PIBID pude participar de eventos que contribuem de forma significativa para minha graduação. A principal contribuição foi a experiência que pude ter em sala de aula, a forma como aprendi a lidar com problemas escolares cotidianos, a visão que obtive do solo escolar, porque apesar das semelhanças com o estágio obrigatório o PIBID proporciona uma visão muito mais ampla e detalhada, um estudo mais a fundo sobre os problemas que nós alunos sentimos.

A oportunidade de poder vivenciar a sala de aula e estar inserido no cotidiano de escolas da rede pública, planejar e participar de experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar, podendo estar contextualizado nos problemas escolares e buscando assim formas de resolver. Também a interação e o tempo pra me dedicar ao curso que o projeto disponibiliza.

Como acadêmica de Matemática e partindo do contexto social em que vivemos, considero a Matemática um dos pontos principais da vida do ser humano, e é de extrema importância o seu entendimento, mas não apenas isso, quando iniciamos no PIBID o principal objetivo era ensinar e manter o aluno interessado em aprender mais, a partir de uma metodologia, a forma como encaminhamos a aula, propondo uma nova experiência aos alunos, pois não se tinha o hábito de explorar todas as dúvidas que surgiam, muitas vezes por questão de tempo, e como consequência fazer o aluno se encantar com a Matemática.

Tive a sorte de ter um orientador que já estava envolvido com experiências no âmbito escolar e com muita paciência e estímulo proporcionou a visão que tenho hoje de sala de aula, o trabalho em grupo com outros acadêmicos trouxe discussões e diferentes visões sobre o mesmo assunto, o que trazia resultados mais rápidos e satisfatórios, o que fez toda a diferença. Os nossos supervisores tiveram a grande missão de nos introduzir dentro das salas de aula e graças a eles fomos muito bem recebidos, e o primeiro contato com a sala foi tão importante para mim como acadêmica, quanto para os alunos com quem pude conviver.

Minha experiência em sala de aula foi gratificante, apesar dos problemas encontrados nada interferiu no bom andamento do trabalho e na perspectiva de um ensino novo, conseguimos que o aluno participasse da aula e que fosse o agente ativo na construção do seu próprio conhecimento, e como professora, apenas mediando esse processo de aprendizagem.

A maior dificuldade foi o *déficit* encontrado na hora de trabalharmos com os alunos, quando preparávamos uma atividade já previa-se que houvesse dificuldades por parte destes, mas muitas vezes as dificuldades não eram encontradas no entendimento ou no ensino da atividade, mas no uso de conteúdos que já haviam sido dados em séries anteriores. A dificuldade encontrada em operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) era visível tanto em séries do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, o que é realmente preocupante.

Pude trabalhar com alunos de inclusão, o que proporcionou uma experiência ainda maior, pois consegui observar a dificuldade que o professor encontra para ensinar de diferentes formas e com tão pouco tempo em uma única sala de aula.

Em algumas turmas havia alunos que tinham grande dificuldade de produzir em sala de aula, por desinteresse ou por dificuldade, e conseguir que estes se interessassem e produzissem era compensador, e isso era estimulante, a sensação de serviço bem feito, de missão cumprida.

Houve um aluno em especial que me chamou muito a atenção, pois ele não conseguia produzir em sala de aula, quase não conversava e aparentemente ele prestava muita atenção na aula, mas na hora de produzir as atividades não havia resultado e pude perceber que o problema era no entendimento do conteúdo. Então, me dispus junto a ele explicar novamente a matéria quantas vezes fosse necessário, reler os exercícios. E ele começou a fazer questionamentos, buscar a sua forma de resolver, quando ele errava, buscava entender o que e em qual parte do seu raciocínio ele errou, ou argumentar por que aquele resultado era aceitável, o que foi muito satisfatório, mas de certa forma também foi preocupante. Óbvio que eu só pude ter esse contato a mais pelo fato de haver outro participante dando apoio, de ter mais tempo pra pensar em formas diferentes de explicar o mesmo conteúdo, sabe-se que esse aluno não terá a mesma estrutura em todas as disciplinas por diversos motivos, o que leva a perceber que o ensino regular não está preparado para receber todos os tipos de alunos, essa é a grande missão do professor, perceber as necessidades e buscar ajudar estes a partir das ferramentas que lhe são ofertadas.

Sinto-me hoje preparada para enfrentar os desafios propostos em sala de aula, pois graças ao PIBID consegui a certeza do que desejo para o meu futuro. O projeto me trouxe a motivação que procurava e tenho certeza que me lembrarei de todas as metas alcançadas pelo resto de minha jornada como professora.

O PIBID e minha formação

Natalia Matias Gomes Cangussu Ieger

UNESPAR/FECILCAM

2º ano do Curso de Matemática

Meu nome é Natalia Matias Gomes Cangussu Ieger. Até certa idade você sonha com uma profissão, faz várias escolhas, muda de opinião várias vezes, mas chega uma hora que tem que se decidir.

E comigo não foi diferente, antes de decidir o que eu queria fazer mesmo, eu quis fazer de tudo, cursos que tinham a ver um com outro, e cursos que não se pareciam nem um pouco com os que eu já tinha imaginado.

Mas fui crescendo, e quando estava no terceiro ano chegou a hora de decidir, e quando eu decidi escolhi pelo curso que se parecia o mais distante de mim, mas hoje eu sei que não poderia ter feito escolha melhor, que mesmo com tanta opção de cursos, com tanta variedade, parece que é o único curso que eu poderia escolher.

A minha escolha fui o curso de Matemática, e a minha motivação pra fazer esse curso foi meu gosto por ela desde

pequena. Matemática sempre estava entre minhas opções, mas tinha muito tempo para pensar ainda, enquanto crescia mudei de ideia algumas vezes, pensei em fazer Engenharia Civil, Arquitetura e Paisagismo, Psicologia, mas a Matemática ainda continuava nos meus planos, mas era a matéria que eu mais gostava na escola, a matéria que eu tinha as melhores notas, a que eu tinha mais facilidade, tinha um raciocínio muito rápido. E quando algum amigo me pedia ajuda sempre conseguia explicar com mais facilidade que as outras matérias, mas era a minha paixão, todo mundo falava, “nossa gostar de Matemática você é doida, e fazer esse curso é mais doida ainda, é muito difícil, você vai ter que dar aula”, mas mesmo assim, essa foi a minha escolha.

Quando comecei o curso com toda certeza do mundo eu não queria ser professora, passava tudo pela minha cabeça menos essa opção, sempre pensava comigo, quando eu terminasse a faculdade procuraria qualquer emprego relacionado ao meu curso, menos ser professora. Pensava nos meus professores o tanto que eles reclamavam, pensava nos alunos, tinha como exemplo os meus colegas de escola e eu mesma, alunos bagunceiros, conversadores, desinteressados e muito mais, e também achava que não levava jeito pra explicar matéria, ensinar, por mais que, às vezes ajuda meus colegas, dar aula para uma sala cheia, com mais ou menos uns 30 alunos era outra coisa, para mim fora de cogitação.

Mas depois da experiência que tive com o PIBID mudei de ideia, hoje o que mais quero é ser professora, tive a oportunidade de conhecer algumas turmas, um sexto, um sétimo, e um segundo ano do Ensino Médio, e conhecendo essas turmas conheci vários alunos, cada um com seu jeito, alguns que gostavam de Matemática, outros que nem podiam ouvir falar, alguns não gostavam de nada, gostavam mesmo era de conversar, fazer bagunça, sem interesse algum em aprender, mas como encontravam dificuldades no meio do caminho sempre desistiam.

O que me fez mudar de ideia mesmo foi ver que levando tarefas diferentes, consegui despertar alguma curiosidade, fui

vendo que levava jeito, que tinha como cativar todos os tipos de alunos, de envolver todos, até os que detestavam ou tinham dificuldade em Matemática, não sei explicar muito bem como me senti, mas me senti útil e muito feliz de poder estar despertando interesses e ensinando esses alunos, foi muito gratificante ver todos eles envolvidos, com essa experiência pude ver que vale muito a pena ser professora.

Eu tinha um pouco de medo, porque já tinha ouvido muito. “Ser professora?? Tá maluco?? Tem certeza??? Você vai ficar doente?? Tá cada vez mais difícil dar aula.”

Mas depois dessa primeira experiência, vieram a segunda, a terceira, comecei a gostar, me sentir bem dando aula. E hoje o que me faz continuar é saber que posso mudar o pensamento dos alunos com relação à Matemática, posso mudar essa impressão da Matemática ser um “bicho de sete cabeças”, que mesmo eles não gostando, ela pode se tornar gostosa, divertida assim como ela é para mim, não posso mentir que ela é difícil sim, mas ensinando-a de uma forma diferente fica bem mais fácil.

O PIBID contribuiu muito para a minha formação, porque com ele pude vivenciar a sala de aula, com ele faço pesquisas para poder levar para os alunos o meu conhecimento, e essas pesquisas vão contribuir não só na minha formação, mas também na aprendizagem dos alunos.

Com o PIBID, eu tenho o contato mais cedo em sala de aula, e posso ver como é de verdade. Pra mim o PIBID tem muita importância mesmo na minha formação, vou poder me conhecer como professora, quais serão as minhas dificuldades, com o que eu vou me sair bem, porque assim tenho o contato com os alunos sendo a professora, e também vou poder saber como são os alunos, poder ter uma ideia do comportamento, do perfil de alunos que posso encontrar no decorrer do meu trabalho.

Com o tempo que eu estou no PIBID tive vários momentos em sala de aula que me marcaram, passei por três salas, e em cada uma tive diferentes momentos que ficaram gravados, e que vou levar para sempre comigo, e são esses momentos que me

dão vontade de continuar nessa caminhada para me tornar uma professora.

E quero compartilhar alguns desses momentos, na verdade se pudesse compartilharia todos, porque todos me marcaram mesmo, mas vou escolher dois em especial para compartilhar com vocês.

O primeiro momento foi quando encontrei com a professora da sala na qual ia aplicar uma tarefa, e me deparei com uma professora super desaminada com a sua profissão, triste, sem nenhuma força de vontade para dar aula, e antes de entrar na sala me deu mil recomendações, perguntou se eu tinha certeza que queria ser professora, disse até para fazer outra faculdade sem ser de licenciatura, uma Engenharia, Farmácia, Direito, qualquer outra. Falou sobre a sala na qual eu iria entrar, tive vontade de sair correndo pela descrição, disse que os alunos não queriam saber de nada, só queriam brincar conversar, fazer bagunça, tudo menos prestar atenção na aula, na explicação do professor. E que em Matemática todos estavam muito mal, que era a matéria que eles menos gostavam.

Na verdade, a sala era bem do jeito que ela descreveu. Os alunos não tinham interesse nenhum em nada, quando entrei na sala e comecei a me apresentar, a conversar com eles e explicando o que tinha ido fazer lá, a sala estava uma bagunça, as cadeiras todas fora do lugar, a sala dividida em grupinhos e cada grupo conversava muito como se não existisse ninguém lá na frente, como se não existisse professor. A professora chamou a atenção deles e eles ficaram quietos, e comecei a explicar tudo de novo, eles ficaram meio curiosos, mas não deram muito valor no começo, no entanto, com o passar dos dias eles começaram a se envolver, eles obedeciam quando eu falava, e começaram a ficar interessados, a sala tinha diferentes perfis de alunos, cada um tinha uma dificuldade, era uma sala onde a grande maioria já tinha reprovado pelo menos uma vez.

Não posso mentir que a primeira impressão me desanimou, mas no fim de tudo o que me deixou com muita força de vontade

de, foi ver que cada um, mesmo com suas dificuldades acabaram se envolvendo, todos participaram, adoravam o jeito diferente da aula, de ensinar, sempre perguntavam quando ia voltar, perguntavam porque eu não podia ser a professora. Isso me deixou muito orgulhosa de mim mesma, porque pude passar um boa impressão da Matemática, eles já não achavam a matéria um “bicho de sete cabeças”, e pude ver que tem como sim fazer a diferença, tem como cativar os alunos, deixa-los envolvidos.

Já o segundo momento, foi com um aluno em especial, Tiveram muitos alunos que me chamaram a atenção, mas teve um em especial, e esse foi mais um momento que me marcou bastante, fui alertada que ele tinha uma dificuldade de aprendizado, que ele tomava alguns remédios, e que era difícil lidar com ele, mas tive a maior surpresa quando a tarefa foi aplicada, como ele se envolveu, como ele mostrou que entendia todas as perguntas que foram feitas. Ele sempre buscava a resposta, por mais que demorasse na resolução, ele não desistia, percebi que tinha dificuldade mesmo, mas acho que eram os professores que o deixavam inseguro, porque ele se mostrou muito envolvido, e mostrou gosto pela disciplina de Matemática. Com ele pude perceber que o jeito que você prepara e dá a sua aula faz toda a diferença, se você chegar animado, com vontade, para cima, alegre, e principalmente buscar um jeito de envolver os alunos, despertar curiosidade, vale muito a pena. E os alunos se transformam com isso.

Hoje meus planos para o futuro são outros, quero muito terminar minha faculdade fora do país, e quando terminar pretendo dar aula por alguns anos no Ensino Fundamental, mas também quero fazer um mestrado, um doutorado.

Não sei como as coisas vão andar, mas a minha maior certeza é que quero ensinar, quero ver crianças, jovens, adultos aprendendo, tomando gosto pela Matemática, assim como eu. Acho que os professores podem mudar muitas coisas, ainda mais se ensinarmos para os alunos desde pequenos, acredito que podemos fazer sim uma grande diferença nas gerações que estão por vir.

PARTE II

Composta por *Relatos de Experiência* dos(as)
Pibidianos(as) desenvolvidos no ano de 2013
em Escolas Públicas participantes do projeto
*“Formação inicial de professores de Matemática na
Educação Básica: um trabalho em imersão via tarefas
investigativas e resolução de problemas”*
do PIBID de Matemática da
Universidade Estadual do Paraná –
campus de Campo Mourão.

O caso “números estrelados”: um, oito, vinte e um, quarenta...

Bruno Moreno Francisco
Daniela Miray Igarashi
Willian Beline

Preliminares: o encontro com a investigação

Se é certo que grande parte da aprendizagem dos alunos deve surgir das investigações que eles próprios realizam, então os alunos devem aprender ser bons investigadores. (Goldemberg)

A proposta de tarefa investigativa tomada neste trabalho contempla, para além de sua potencialidade no ensino e aprendizagem de Matemática, a prática profissional de iniciação a docência. O norte da investigação se volta ao alcance e os limites de uma tarefa investigativa no cenário de uma aula de Matemática. Tarefa essa, de natureza exploratória amoldada a formulação de questões em que se sabe o ponto de partida, mas não qual será o

de chegada para um determinado problema. A estratégia investigativa, por ora estudada pela Associação de Professores de Matemática de Portugal – APM se refere à importância de tarefas a propor em sala de aula, dentre elas as de exploração e descoberta.

Em meio às atividades do PIBID, fomos oportunizados a tomar parte do estudo teórico-prático, acerca da investigação matemática e sua abordagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse contexto, fizemos uma revisão de literatura quanto a esta tendência da Educação Matemática, acompanhada de sua discussão. Em outro momento, assumimos o papel de aluno e nos envolvemos em diferentes tarefas investigativas, as quais permitiram uma fantástica experiência ora como pesquisador ora como profissional da educação.

Em presença disso, verificamos o interesse desta proposta pedagógica com alunos do nono ano do Ensino Fundamental no município de Campo Mourão/PR, conforme o planejamento das atividades do programa de iniciação a docência. Para tanto, retratamos nossa experiência no período adjacente à aula do professor regente no decorrer de três aulas, ao desígnio de aproximarmos pouco a pouco do espaço escolar. A tarefa escolhida, Números estrelados, foi adaptada de um material³ coletado que, foi antes discutida, analisada e resolvida no PIBID.

Por meio deste relato de experiência pretendemos também refletir, como aponta Rocha e Ponte (2006), se os alunos ao realizarem uma tarefa com esta abordagem demonstram novos co-

³ Intitulado “A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas”, este material foi encabeçado no Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Tal trabalho contempla diferentes tarefas organizadas segundo três áreas temáticas centrais da disciplina de Matemática: Funções, Geometria, e Números e Regularidades, sendo este último, o eixo abordado nesta tarefa. Além disso, compõe em sua estrutura uma seção denominada Notas para o professor, do qual apresenta propostas de desenvolvimento da respectiva tarefa em sala de aula (enquadramento curricular, organização, material necessário). O material (que consistiu na aplicação de tarefas em sala de aula, anotações, análise, sistematização, elaboração de notas de aula para os professores) levou aproximadamente quatro anos (1995-99) para ser produzido, sendo publicado em 1999.

nhcimentos e capacidades matemáticas e, pormenor, novas concepções e atitudes em relação à Matemática e à sua aprendizagem nesta disciplina.

No mar da Investigação Matemática: um pequeno tratado sobre investigação em aulas de Matemática

A escolha de uma estratégia ou abordagem de ensino depende, conforme consta Fiorentini e Lorenzato (2006), em grande parte, do professor/pesquisador. Do mais, nenhuma é completa, uma vez que todas têm restrições. A ferramenta investigativa revela potencialidades durante a sua prática em sala de aula que, estão pautadas em pesquisas que vêm sendo realizadas tanto no Brasil como em Portugal e far-se-á principalmente por meio de alguns precursores, a saber: Goldemberg (1995, 96), Ernest (1996), Ponte (1998), Segurado (1998), Skovsmose (2000), Brocardo (2002), Fiorentini (2004), entre outros. Estes indicam que as investigações em sala de aula têm ganhado apreço nos currículos escolares. Sem demora, foram figuras basilares para o estudo deste trabalho.

Por outro lado, é sabido que em cada trabalho, múltiplos pontos de vista e resultados a respeito de investigação matemática são apresentados. Em prova disso Goldenberg (1999) delinea em um de seus escritos uma crítica à aprendizagem por meio de investigação, dizendo que “[...] há muitas coisas para as quais a investigação não constitui sequer uma opção” (GOLDENBERG, 1999). E ele mesmo nos pergunta, então porque investigar? E pressupõe:

[...] É muitas vezes mais divertido fazer uma coisa do que simplesmente ficar sentado a escutar. [...] Além disso, a investigação introduz alguma variedade na dieta da aula. [...] E é até possível que a investigação [...] estimule mais neurônios ao difundir a sua história através de mais canais, uma vez

que os alunos com as mãos fazem manipulações, com os olhos observam manipulações, e com a voz discutem a atividade com os colegas. [...] Na aula de Matemática, há pelo menos uma razão mais para incluir a investigação, uma razão especificamente relacionada com a natureza da Matemática (GOLDEMBERG, 1999, grifos do autor).

Mas afinal, o que é investigar? Se fôssemos procurar seu significado no dicionário, encontráramo-la como tradução: “seguir os vestígios de; pesquisar; empenhar-se em descobrir” e paralelo a isso, diz-se de “procurar algo; resolver um mistério”. Em acordo, investigar é procurar conhecer o que não se sabe, é uma viagem ao desconhecido. A ideia pode ser ainda ilustrada pela metáfora geográfica de Susan Pirie citado por Fonseca *et al* (1999): “o importante é explorar um aspecto da Matemática em todas as direções. O objetivo é a viagem e não o destino” (1987, p. 2).

Em sua natureza, o termo investigação é atribuído há uma variedade de contextos, falando-se, por exemplo, de investigação científica, investigação jornalística, investigação criminal, investigação sobre as causas de um acidente (inquérito). Por vezes, a investigação é um rico processo de construção do conhecimento que pode ser corroborada por alguns autores:

Investigar envolve formular questões, propor conjecturas, realizar testes para validar ou rejeitar conjecturas, avaliar da sua plausibilidade, encontrar provas da sua correção e levantar novas questões para investigar. (ROCHA, 2003, grifo dos autores). Investigar [...] significa [...] trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, *Ibidem*, p. 9, grifo dos autores).

Para tanto, Goldenberg (1999) propõe quatro tipos de investigação somada à função que esse trabalho desempenha em sala de aula, os quais apresentamos no quadro.

Tabela 1 – Quatro funções da investigação na aula de Matemática

<i>Explorar</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Criar um ambiente para o trabalho posterior. • Ajudar os alunos a estabelecer intuições. • “Por a mão na massa”. • Desenvolver um “sentido” de território.
<i>Descobrir</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Conduzir os alunos à descoberta de uma ideia ou fato matemático muito específico. • Generalizar uma ideia.
<i>Pôr em questão (é a mais solicitada das componentes de investigação, no entanto é a menos frequente)</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Levar os alunos a discutir (pôr em questão) ideias matemáticas a fim de rever ideias, apurá-las ou aprofundá-las e até mesmo relacioná-las com outras ideias. • É um tipo de investigação que permite ao aluno reconhecer porque é que as coisas são como são.
<i>Ensinar o aluno a investigar</i>	<ul style="list-style-type: none"> • O propósito não é apenas o conteúdo matemático, mas também aprender como investigar.

Fonte: Goldenberg (1999) (Adaptado).

Haja vista promover diferentes situações de aprendizagem matemática, como resultado da prática investigativa, Braumann (2002) menciona:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “de-

tectivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (BRAUMANN, 2002, p.5).

Indo mais longe, Cristóvão e Fiorentini (2007), utilizam-se das contribuições da prática exploratório-investigativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, especificamente para aqueles alunos que trazem consigo o estigma do fracasso escolar e exclusão. Tal prática reestrutura a investigação matemática, dando lugar não tão somente a investigação, mas a um processo que invada a exploração. Com isso, os alunos poderiam se ver como produtores de saberes, em especial, de saberes matemáticos. Assim, em uma aula, cujo cenário constitui-se de uma prática exploratório-investigativa, permite emergir em sala de aula as próprias vozes dos alunos, seu modo de interpretar e compreender a Matemática que produzem e as relações que estabelecem com o conteúdo. E mais, durante esse processo, o aluno realiza outros entendimentos sobre tal e atribui sentido aquilo que estuda.

Das provas nas ações investigatórias: aspectos constituintes da prática investigativa em sala de aula

A propósito de descrever as facetas de uma aula com tarefas de investigação, Castro (2004) diz que uma aula, em que seu fim, promove um ambiente de investigação pode ser chamada de “aula investigativa”. Nesse meio, é importante analisar que há situações problema desafiador e aberto que permitam aos alunos múltiplas possibilidades de exploração e investigação.

Sobre as tarefas de investigação, Tudella *et al* (1998) propõe que emerja do aluno ou do professor. E este último, ao propô-la

deve-se levar em consideração as especificidades da turma (sua realidade cultural e cognitiva); o plano de ensino a ser seguido; predeterminação do espaço em sala, assim como do tempo. Da mesma forma, é necessário tomar nota de que a investigação é para todos os alunos, envolvendo-os de modo a despertar-lhes curiosidade, entusiasmo e proporcionando-lhes ainda experiências diversificadas e desafiantes, fazendo desabrochar seus conhecimentos prévios e intuições. Sendo assim, a tarefa de natureza investigativa deve ser estruturada de forma que estimule os alunos a colocar as suas próprias questões.

Quanto ao cenário para investigação, “o ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação [...] onde convida os alunos a formular questões e a procurar explicações” (Skovsmose, 2000, p. 17, 21), organizamos, conforme indica Skovsmose (2000), um trabalho em pequenos grupos, o qual propicia um melhor confronto de ideias e argumentos entre os alunos. Não obstante, o trabalho em grande grupo e individual pode revelar-se interessante.

A título de questão, numa investigação a mesma não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição, ao contrário dos exercícios e dos problemas, que em seu enunciado indicam claramente o que é dado e o que é pedido. Além do mais, não há margem para ambiguidades; a solução é sabida de antemão, pelo professor, e a resposta do aluno ou está certa ou está errada.

Ao colocarmos em prática esta proposta, seguimos a estrutura de uma aula com investigações fundamentada no trabalho de Tudella *et al* (1999) em que sugerem um trabalho em fases, a propor: *introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa e discussão final*.

A primeira se refere à maneira como é apresentada a proposta de tarefa: distribuição escrita seguida de uma apresentação oral da mesma (misto) ou apenas uma apresentação por escrito aos alunos, dispensando qualquer discussão inicial do enunciado.

A segunda é enveredada por caminhos e atitudes, determinadas pelas intervenções entre professor-aluno e do próprio

aluno-aluno. O professor, em particular, assume, em seu exercício, um trabalho de extrema importância durante a realização da tarefa, ao passo que ele pode: (1) estimular ao confronto de opiniões, ou seja, incentivar o aluno a explicitar e argumentar a favor do seu ponto de vista. A esse propósito, Tudella *et al* (1999) recomendam levantar questões como: “*O que te levava a pensar nisso*”; “*Porque não concordas com a ideia do teu colega*”. (2) incentivar ao sentido crítico, à reflexão e à procura de argumentos e razões que permitam aos alunos decidir, por eles próprios, da validade de suas ideias. “*O que te leva a crer que isso é verdade*”; “*Porque pensas que esse é um bom caminho?*” são questões que se remetem ao papel do professor. (3) sugerir informações como: “*Experimenta para ver o que dá*”; “*Será que é sempre assim?*”; “*Não sei. Nunca experimentei dessa forma. Tens de averiguar*”, podem se tornar necessárias durante a investigação. (4) valer-se do erro e motivar os alunos. Em alguns casos, durante as suas investigações, os alunos seguem caminhos pelo qual não irão alcançar nada. Assim, é por vezes essencial que o professor avance com pistas mais diretas para um caminho possível a seguir na exploração da tarefa. De todo modo, os alunos, na sala de aula, para além de interagirem com o professor, é fundamental que interajam entre si, aprendendo a discutir e a argumentar em defesa das suas opiniões. “Esta interação estimula os alunos a descobrir novas relações entre conceitos, proporcionando-lhes mais segurança nas suas ideias matemáticas. Por outro lado, estimula o raciocínio, a criatividade e o poder de argumentação” (TUDELLA *et al*, 1999, p. 92).

A terceira e última fase da tarefa – a discussão final – indica, de modo imprescindível à construção de um ambiente em sala de aula, voltada à reflexão. Por ora, poderá proporcionar aos alunos momentos onde possam pensar e, sobretudo, refletir sobre a atividade realizada. “Nesta fase os alunos são confrontados com hipóteses e justificações diferentes das que tinham pensado, [...] clarificam ideias, [...] sistematizam algumas conclusões e se validam resultados” (Ibidem, p. 93).

Conhecendo o investigador e o inquirido: descrição da turma e apresentação da atividade

A proposta de tarefa investigativa foi conduzida durante três aulas de cinquenta minutos, numa turma do nono ano do Ensino Fundamental, donde participaram vinte e seis alunos dos trinta e três que se encontram no livro do professor.

Caracteristicamente, estes últimos apresentavam, em sua maioria, problemas relacionados às notas baixas em Matemática, como também em outras disciplinas, e poucos eram os que não estavam para “recuperação”. De outro lado, a turma a qual consideramos não tão numerosa, sofre com a conversa excessiva e também com a dificuldade de aprendizagem nesta disciplina. Estas características puderam ser observadas com maior veemência, uma vez que nós participantes do PIBID, fomos oportunizados a acompanhar e tomar conhecimento da turma há quase 10 aulas⁴, anteriores a aplicação da atividade, o que se pondera um melhor relacionamento e reconhecimento das dificuldades dos alunos em relação a sua aprendizagem na disciplina, mesmo que pouco sólido. Por outro lado, favoreceu, acaso, a indisciplina e a conversa demasiada como já mencionado.

De abordagem predominantemente qualitativa, a aplicação da tarefa, do qual tratou uma experiência de ensino, se deu início quando dialogamos com os alunos sobre a estrutura da aula, quer dizer, do modo como tínhamos intencionado o trabalho em equi-

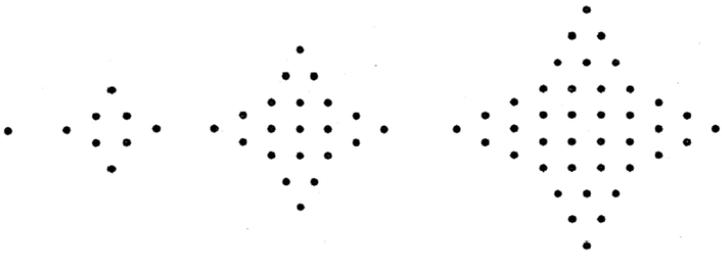
4 A título de curiosidade, neste período de observação participativa envolvia a nossa “ação” durante as aulas, isto é, esclarecimento das dúvidas dos alunos, discussão de abordagens/metodologias de ensino e aprendizagem da Matemática. E, de modo especial, contamos com a disposição da professora regente, e indo mais longe, do seu total apoio às ideias para qual tínhamos propostas a turma, entre outras atuações. Fomos norteados pelo princípio base do Pibid, ressaltado no artigo 4º da Lei do Pibid, que confere como um dos seus objetivos, a inserção de “licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, de maneira a proporcionar oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem” (BRASIL, Lei nº 12.796/2013).

pe e a importância da participação nas etapas de uma atividade investigativa – em especial, do momento do grande grupo, em que convidamos os alunos para discutir sobre a atividade, em geral. Sendo assim, dispomos de cartolinas, como material adotado e dividimos a classe em equipes distinguidas aleatoriamente por fitas de diferentes cores, que serão utilizadas neste relato para apresentar a produção escrita dos alunos. Para tal, escolheu-se um líder em cada equipe formada por trios, tomados pelas fitas Lilás, Azul Claro, Azul Escuro, Verde, Vermelha e Marrom; e os quartetos Rosa e Preta. O líder, neste trabalho, assumiu um papel extremamente importante, em que se colocou como o responsável direto pelas descobertas da equipe.

A propósito das atividades do PIBID, a tarefa a seguir foi entregue aos alunos:

Figura 1 - Tarefa entregue à turma.

Números Estrelados



Estas figuras representam números estrelados.

- *Identifique a sequência dos oito primeiros números estrelados.*
- *Quantos pontos tem a 21ª figura desta sequência?*
- *Investigue uma forma de encontrar um número estrelado na posição n desta sequência.*

Esta atividade que foi produzida no *Projeto Matemática Para Todos – Investigações na sala de aula* (Projeto MPT) busca alcançar ques-

tões que passam a existir durante a apresentação de tarefas investigativas para os alunos, em particular, as da dinâmica da aula e o papel do professor. Por conseguinte, fornece sugestões para a prática da aula, bem como para a realização de novas investigações e para o desenvolvimento profissional dos professores.

Apuração da investigação

Para introduzirmos a proposta de tarefa investigativa, a apresentamos e entregamos por escrito seguida de uma leitura para toda a turma, posto que os pontos formavam estrelas, e estas constituíam uma sequência, da qual assume o foco investigativo da tarefa.

Tomando nota do seu desenvolvimento e em face do que a tarefa apresenta, a primeira hesitação foi feita por um aluno: “É para ligar os pontinhos?” e, ao mesmo tempo, uma sucessão de questionamentos quanto ao entendimento da tarefa foram levantadas por alguns alunos. Já outros, conotavam desinteresse antes e durante a resolução da tarefa. Isto, de início, indicou pouca produtividade no trabalho com a proposta de investigação. Desde então, procuramos incentivá-los para que evidenciassem atitudes positivas frente aquela tarefa e que assumissem confiança nas suas capacidades, como garante os estudos de Segurado (2002). E indo mais longe, pretendíamos, conforme seu estudo, que os alunos evoluíssem no que diz respeito a investigar; testar hipóteses; à capacidade de resolver e formular problemas e de comunicar e raciocinar matematicamente.

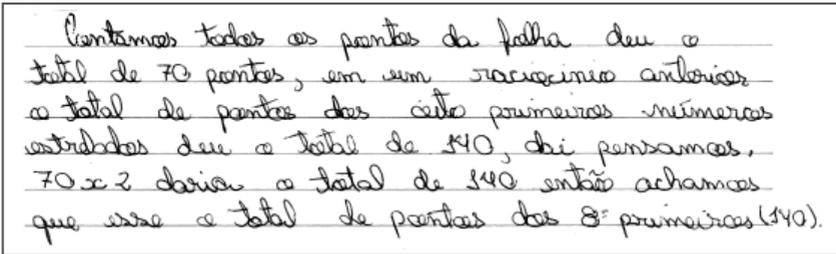
Questão 1: Identifique a sequência dos oito primeiros números estrelados

Nesta primeira questão, os alunos começaram a esboçar alguma descoberta, mesmo cercados por dúvidas. Pedíamos, então que explicassem em todo momento o seu raciocínio, escrito e

oralmente e, questionassem os colegas para levantar hipóteses e testá-las. Assim, a busca por uma resposta foi, pouco a pouco, dando espaço à formulação de conjecturas. As equipes Azul Escuro e Rosa, por exemplo, justificaram-na dizendo que a sequência dos oito primeiros números estrelados eram as duas primeiras estrelas, ao passo que a 1ª estrela possui 1 ponto, a 2ª possui 7 pontos e com as duas temos os 8 pontos. Nesta formulação redirecionamos tal justificativa ao esclarecer que cada estrela possui um número estrelado, e que precisavam descobrir os números estrelados das oito primeiras estrelas.

Na tentativa de busca de uma resposta para a questão, a equipe Preta sugere:

Figura 2 - Conjectura identificada pela equipe Preta para a Questão 1.



Contamos todos os pontos da falha deu o total de 70 pontos, em um raciocínio anterior o total de pontos dos oito primeiros números estrelados deu o total de 140, daí pensamos, 70×2 deu o total de 140 então achamos que esse o total de pontos dos 8ª primeiras (140).

No uso do seu argumento, fica evidente que o raciocínio, embora persuasivo da equipe esteja incorreto de acordo com a questão, pois a mesma não se trata da soma de todos os pontos e, ao mesmo tempo, a observação feita pela equipe não soa uma abordagem sobre sequência.

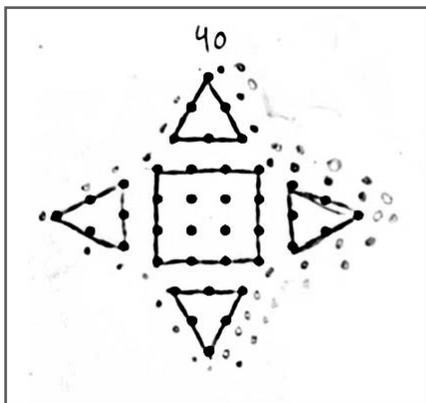
Em contrapartida, as equipes Vermelho e Lilás põem em questão o significado de números estrelados. Neste caso, devolveu-se outra questão para que pensassem sobre o emprego dos números pelos povos primitivos, atribuindo-os à noção de quantidade. Logo puderam perceber que os números estrelados poderiam ser obtidos contando a quantidade de pontos que existia em

cada estrela. Sem demora, um aluno da equipe Lilás exclamou que não podia acreditar que fosse “tão fácil” dessa maneira.

Tomados pelas intervenções dos professores, os quatro primeiros números estrelados foram, então, encontrados por todas as equipes: 1, 8, 21 e 40, respectivamente. Neste momento, os alunos deram ares de apropriação da questão e por vezes, a mesma admitiu “sentido” para alguns deles. Assim, de posse dos quatro primeiros números, eles precisavam encontrar os outros, até a 8ª estrela, como suscitava a primeira questão. Nesta ocasião, os alunos deram passos rumo à compreensão de sequências de números, tendo como ponto de partida suportes visuais e geométricos.

Deste modo, a equipe Rosa, entendeu que uma forma de encontrar a próxima estrela seria desenhando-a. A equipe Azul Escuro não havia encontrado uma estratégia para os próximos números, e apesar de reclamarem, começaram a esboçar as próximas estrelas. As equipes Vermelha e Verde, de início, pensaram em adicionar mais “camadas” de pontos em volta da estrela, com o intuito de descobrir o próximo número estrelado. Questionamos, portanto, se isso ajustaria ao crescimento da estrela.

Figura 3 - Número estrelado com camadas, desenhado pela equipe Vermelha.



Em correspondência, durante um momento, as equipes Azul Claro, Lilás, Marrom e Preto se recusaram veementemente em esboçar qualquer desenho das próximas estrelas, visto que era um processo muito moroso.

Novamente, sob mais intromissões, umas equipes perceberam a relação que existe entre o quadrado formado nas estrelas e a posição em que ocupam na sequência. Por exemplo: a estrela na 2ª posição possui, em seu interior, um quadrado de lado 2 pontos; a configurada na 3ª, forma um quadrado de lado 3 pontos. E, de modo intuitivo, ocorrerá para a de posição 4, 5, 6, ... que formarão quadrados de lado 4, 5, 6, ... pontos, respectivamente. Ao mesmo tempo, percebeu-se que quatro triângulos são formados em volta do quadrado, os quais cresciam conforme o lado deste último. A Figura 3 anterior, ilustra tal representação.

As equipes Azul Escuro, Lilás, Marrom e Vermelho, seguiram a estratégia baseada na descoberta do parágrafo anterior. Sobre isso, a equipe Rosa conjecturou:

“[...] as quatro sequências da folha, seguiram fileiras de 1, 2, 3, 4 [...]”.

Nisto, eles se referiam aos lados do quadrado formado no centro das estrelas, em que aumentava conforme a sequência dos números estrelados. De tal modo, a mesma equipe concluiu:

“[...] vimos que o número multiplicado por ele mesmo dava o centro da estrela”.

Com essa descoberta encontraram, de maneira simplificada, quantos pontos existiam no centro da estrela. Na verdade, revela-se neste achado a compreensão, mesmo que não sistemática, de área de figuras. Em teste, as mesmas equipes descobriram também a quantidade de pontos que haviam no triângulo formado e multiplicavam-na por 4, uma vez que as estrelas possuíam quatro pontas. Pormenor, as equipes trabalharam sob uma abordagem geométrica, em que observaram as relações entre a sequência apresentada e as sequências dos *números quadrados*⁵ e

5 Configuração geométrica que descreve a área unitária de um triângulo equilátero.

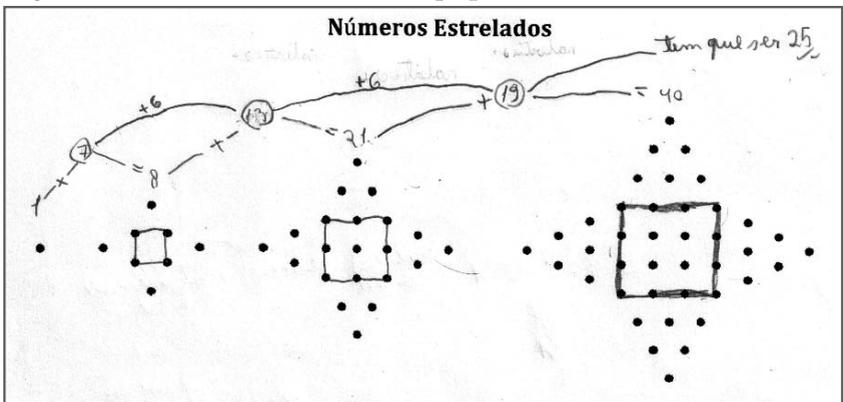
triangulares⁶. Depois, para identificarem a sequência, somaram e escreveram estes números obtendo portanto, a sequência determinada pelos números estrelados. A produção escrita da equipe Azul Escuro justifica, com maior clareza, toda essa conjectura:

Figura 4 - Conjectura encontrada pela equipe Azul Escuro.

A gente aumentou um quadrado mais em cada quadrado pra dar um sala a mais que deu pra 4º estrela e deu 65. Se 5 é resultado e 25 depois mais 40 mais 10+10+10 fundando todos os resultados deu 65.

Já a equipe Azul Claro descobriu uma resposta para a questão, utilizando um padrão descoberto entre um número estrelado e o seu sucessor na sequência. Um dos alunos nos relatou que, de início, não conseguiu encontrar nenhuma relação entre os números, como o acréscimo de algum valor constante, por exemplo. Mas eles acabaram se deparando com uma maneira de “prever” o próximo número estrelado se possuísem o seu anterior:

Figura 5 – Produção escrita da equipe Azul Claro.



⁶ Configuração geométrica que descreve a área unitária de quadrado.

A sequência dos quatro primeiros números estrelados é 1, 8, 21 e 40. Por ora, não existe nenhuma regra para essa sequência. Sabe-se, porém, que a diferença entre um número estrelado e seu antecessor forma uma nova sequência: 7, 13, 19, ... e a equipe Azul Claro descobriu que nesta há uma regra: basta somar 6 para encontrar o próximo valor. Desta maneira, se tivessem a diferença anterior, poderiam descobrir a próxima somando 6 e, poderiam portanto, achar o próximo número estrelado fazendo a soma do número estrelado anterior com a diferença de pontos entre este número estrelado e o posterior.

Questão 2: Quantos pontos tem a 21ª estrela desta sequência?

Descobrir a quantidade de pontos que havia na 21ª estrela surtiu grande desafio para as equipes. Aquelas que desenharam a sequência de estrelas não ousaram em descobrir outra estratégia para resolver a questão, tampouco as equipes que utilizaram a abordagem geométrica para encontrar regularidades na sequência de números estrelados a partir de números quadrados e triangulares.

A segunda questão, por objetivo, provocava nos alunos a procura por uma expressão geradora que pudesse levá-los a usar operações com polinômios, que coincidentemente haviam estudado naquele bimestre. Em outras palavras, os desafiava de uma forma sutil, em colocar sua capacidade de generalização; fundamentada numa estratégia que pudesse descobrir o 21ª número estrelado. E pormenor abriria caminhos para a última questão.

Contrário à nossa expectativa, boa parte das equipes se desanimou e, com atino, asseguraram que seria trabalhoso demais continuar com o trabalho feito na questão anterior até a 21ª estrela.

A equipe Preta, entretanto, continuou com o mesmo raciocínio: “[...] achamos que esse seria o total de pontos das 8 primeiras (140). Daí pegamos a quantia que faltava para 21, no caso 13, e mul-

tiplicamos por 70, como na primeira vez, o resultado deu 910 pontos e somamos o 140, deu resultado 1050 pontos [...]”.

A equipe Azul Claro seguiu o seu raciocínio anterior, descobrindo os próximos acréscimos, chegando até o 21º número estrelado, que resultou em 1281.

Figura 6 – Conjectura adotada pela equipe Azul Claro para encontrar o 21º número estrelado.

$40 + 25 = 65$	$5^{\circ} = 65$
$(65) + 31 = 96$	$6^{\circ} = 96$
$96 + 37 = 133$	$7^{\circ} = 133$
$133 + 43 = 176$	$8^{\circ} = 176$
$176 + 49 = 225$	$9^{\circ} = 225$
$225 + 55 = 280$	$10^{\circ} = 280$
$280 + 61 = 341$	$11^{\circ} = 341$
$341 + 67 = 408$	$12^{\circ} = 408$
$408 + 73 = 481$	$13^{\circ} = 481$
$481 + 79 = 560$	$14^{\circ} = 560$
$560 + 85 = 645$	$15^{\circ} = 645$
$645 + 91 = 736$	$16^{\circ} = 736$
$736 + 97 = 833$	$17^{\circ} = 833$
$833 + 103 = 936$	$18^{\circ} = 936$
$936 + 109 = 1045$	$19^{\circ} = 1045$
$1045 + 115 = 1160$	$20^{\circ} = 1160$
$1160 + 121 = 1281$	$21^{\circ} = 1281$

Quando questionada se havia outra forma de descobrir qualquer número sem precisar do anterior, a equipe declarou que não havia pensado nisso.

Questão 3: Investigue uma forma de encontrar um número estrelado na posição n desta sequência.

Em descrição, poucas equipes conseguiram alcançar algum resultado para a segunda questão, ora nenhuma concluiu esta última.

A proposta para esta pergunta contemplava uma forma de obter o número estrelado em qualquer posição desejada, generalizando, portanto, algum tipo de estratégia ou expressão.

A equipe Azul Claro, haja vista seu interesse em se apropriar da tarefa, tentou obter alguma conjectura, contudo apresentou dificuldades em entender a questão. A intervenção e auxílio dos professores fez-se essencial para que entendessem que uma variável n poderia representar qualquer número, e por isso não poderia mais ser representado por um número em particular, e sim, por qualquer um. Embora não havia terminado a sua resolução, a relação entre a posição da estrela e o quadrado formado em seu centro foi escrita como $n \times n$ ou n^2 , carecendo, logo, de um polinômio para contar a quantidade de pontos dos números triangulares que formavam as estrelas.

Plenária: discussão final da tarefa

Vestindo as etapas de uma tarefa investigativa, convidamos, então, os alunos para o momento de reflexão de suas produções, intentos a potencializar a estratégia investigativa adotada. Entretanto, notou-se a inquietude das equipes e, de modo consequente, a recusa em expor suas conjecturas e justificá-las para toda a turma. Tão logo, tecendo ao que indica Tudella *et al* (1999), coube a nós professores, encorajá-los para apresentarem seus argumentos em defesa das suas conjecturas. Em contrapartida, o momento foi oportuno para alguns alunos, visto como não tiveram problemas ao se apresentarem.

A equipe Rosa explicou a forma como desenharam e encontraram o 5º e o 6º número estrelado, mas em virtude da

demora em desenhá-los, não tinham encontrado os próximos números.

As equipes que utilizaram a estratégia geométrica – dos pontos que formavam quadrados e triângulos – não quiseram expor o seu trabalho. Em compensação, as equipes Lilás e Verde compartilharam a sequência que encontraram e nós, professores, fomos quem escreveu no quadro a sequência dos oito primeiros números estrelados, a lembrar: 1, 8, 21, 40, 65, 96, 133 e 176.

A equipe Azul Claro ilustrou para a turma o padrão encontrado nas diferenças entre um número estrelado e seu sucessor, e nos valem disso para elucidar sua ideia à turma, que em momentos, não tinham compreendido a estratégia de resolução descoberta. A sequência encontrada foi à mesma das equipes anteriores.

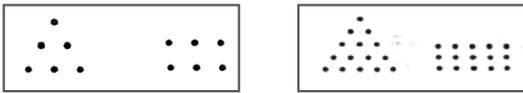
A equipe Preta revelou que seus resultados não eram equivalentes aos demais, o que propiciou mais trocas de ideias ao explicar o seu raciocínio que constituía da soma dos 8 primeiros números estrelados e que resultava em 140. Nesta ocasião, a resposta encontrada por essa equipe foi colocada em discussão. Tal processo de resolução foi valorizado. Em consequência, o consideramos oportuno para que o grupo questionasse mutuamente os registros alcançados. Esclarecemos que precisariam rever tal conjectura e buscar descobrir outras, uma vez que essa estratégia não os levaria ao resultado. Afinal não queríamos a soma dos pontos e sim o número de pontos em cada estrela.

Para encontrar o 21º número estrelado, comentamos para as equipes que poderiam continuar, concomitantemente, com seu raciocínio. Assim sendo, a equipe Azul Claro apresentou o valor do número estrelado encontrado em seus cálculos: 1281.

Em se tratando da última questão, como nenhuma equipe tinha ainda completada, decidimos por anotar uma possível maneira de generalizar uma expressão ou fórmula matemática, da qual constituía, em princípio, a proposta da tarefa: trabalhar polinômios e simplificação de expressões por meio de uma ati-

vidade investigativa. Para tanto, assumimos como base a estratégia do quadrado e triângulos, já descrita, sendo que, para o quadrado, o polinômio seria n^2 e para os números triangulares, poderíamos realinhar os pontos de jeito a formar uma outra figura. Nesse intuito, na 4ª e 6ª estrelas, por exemplo, em que o triângulo possui 6 e 15 pontos respectivamente, seria esboçado assim:

Figura 7 – Exemplo de reconstituição da figura quando $n=4$ (à esquerda) e $n=6$ (à direita).



Logo, para encontrar a quantidade de pontos no triângulo, basta fazer $n/2 \cdot (n-1)$. De fato, pois sempre que n é par, podemos ver que é possível criar $n/2$ linhas com $(n-1)$ pontos em cada. O polinômio é verdadeiro para valores ímpares de n , todavia, tolera maior dificuldade quanto ao seu entendimento visual a valores pares.

Em tal caso, se faz necessário multiplicar o polinômio acima por 4 e somarmos com o polinômio do quadrado, obtendo, assim, a expressão geradora dos números estrelados. Após algumas operações com o polinômio, alcançamos $3n^2-2n$.

A “sentença” investigatória: considerações finais

Em harmonia com o ambiente investigativo vestido, a escolha desta estratégia de ensino de Matemática revelou que, ao professor valer-se dela, emerge a possibilidade de proporcionar aos alunos, embora condicionalmente, experiências matemáticas sobre outra ótica, a considerar seu dinamismo e a verem-se a si próprios num papel mais ativo na exploração de situações mate-

máticas. Além do que contribui para a melhoria da prática docente, ao apresentarem caminhos diferentes de trabalho em sala de aula (NCTM, 1994).

A ferramenta investigativa, embora nova para os alunos no ambiente escolar e explorada em meio a várias limitações, como: o tempo, dificuldades associadas a complexidade que envolve a própria estratégia, a aversão e dificuldades de alguns alunos quanto à disciplina de Matemática, entre outras apontadas no relato, indicou que, com o decorrer do tempo, o trabalho dos alunos foi melhorando qualitativamente.

Uma equipe, em particular, conseguiu centrar seu desempenho na atividade investigativa e indo mais longe, apropriaram-se dessa tarefa quando descontinaram que conclusões poderiam obter. Percebeu-se que a tarefa fomentou o espírito investigativo da equipe, havendo, necessidade também do auxílio dos professores, pois como afirma Tudella *et al* (1999) esta foi enveredada por “caminhos” onde os seus conhecimentos matemáticos não lhes permitem avançar autonomamente.

Por vezes, este trabalho nos levou a situações imprevistas que, favoreceram a nossa experiência e sensibilidade como futuros docentes. Em seu caráter exploratório, esta tarefa investigativa revelou-se também uma via de mão dupla entre entender os bloqueios e dificuldades dos alunos e a predisposição de uma ação contínua situada por questionamentos de modo a tornar mais rica a investigação de cada equipe. Com efeito, isto provocou, mesmo que de forma situada, o entusiasmo e motivação dos alunos no processo de investigação.

Mesmo que a nossa prática seja elementar, mostra-se, por outro lado, um exercício relevante do professor que usa a estratégia investigativa quer em sua prática, tomar experiências continuadas e aprofundadas; se debruçando a uma maior diversidade de tarefas, para promover, conforme Rocha e Ponte (2006) aprendizagens e mudanças mais profundas nas concepções dos alunos. Além disso, o trabalho anseia que os alunos evoluam no que diz respeito a investigar; testar hipóteses; saber ouvir as ideias dos

colegas, o questionarem e, sobretudo, questionar-se; aprender trabalhar em grupo; aperfeiçoar a capacidade de resolver e formular problemas e de comunicar e raciocinar matematicamente.

Pontos por onde investigamos: referências

CRISTÓVÃO, Eliane Matesco. **Investigações matemáticas na recuperação de Ciclo II e o desafio da inclusão escolar**. 2007. 177 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP: 2007.

FONSECA, H. *et al.* **As atividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**, *Actas do Prof. Mat.* 1999 (p.91 – 101). Lisboa APM.

GOLDENBERG, E. P. **Quatro funções da investigação na aula de Matemática**. In: ABRANTES, P. *et al.* *Investigações Matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: CRL, 1999. p. 1-15.

PONTE, J. P. *et al.* **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas**. Centro de Investigação em Educação. Lisboa, 1999.

ROCHA, A; PONTE, J. P. **Aprender Matemática Investigando**. [Editorial]. *Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp*, v. 14, n. 26, p. 29-54, jul./dez., 2006.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2008. p. 15-39. (Coleção *Perspectivas em Educação Matemática*).

TUDELLA, A. *et al.* **Dinâmica de uma Aula com investigações**. In: ABRANTES, P. *et al.* *Investigações Matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: CRL, 1999. p. 87-96.

A investigação matemática como metodologia de ensino: análise da atividade poliedros

*Elaine Cristina Sturion
Suélen Rita Andrade Machado*

Introdução

A Matemática é uma ciência abstrata e, talvez, por este motivo os alunos sentem dificuldades em compreendê-la. Ao decorrer dos anos foram desenvolvidas algumas metodologias de ensino de modo a “facilitar” a compreensão da Matemática pelos alunos, uma dessas metodologias é a Investigação Matemática.

Nosso primeiro contato com a Investigação Matemática se deu por meio do Projeto Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Durante o projeto tivemos a oportunidade de conhecer novas metodologias de ensino de Matemática e, também, presenciar a realidade da sala de aula. Por um mês, com a permissão do professor regente, acompanhamos as aulas de matemáticas ministradas em uma turma de terceiro ano de um colégio estadual da cidade de Campo Mourão-PR.

Auxiliávamos o professor durante as atividades que ele propunha e, dessa forma, observávamos o grau de dificuldade em relação à Matemática apresentada pela turma. Como a turma era pequena, os alunos conseguiam compreender bem as questões propostas, sendo bem participativos.

Após estarmos entrosadas com a turma, o professor regente nos cedeu uma de suas aulas de Matemática para que pudéssemos aplicar uma tarefa de Investigação Matemática, a atividade envolvia o conteúdo de geometria. Devemos ressaltar que o conteúdo de geometria plana e espacial já havia sido tratado com os alunos algumas aulas antes da aplicação da atividade. Mas antes de relatar como a atividade foi desenvolvida, vamos primeiro entender o que é a Investigação Matemática.

A Investigação Matemática

O cenário pretendido por muitos educadores no contexto das aulas de Matemática é delinear um espaço de aprendizagem no qual este seja estimulante e agradável. No entanto, este é um trabalho intenso que requer dedicação dos indivíduos envolvidos, para que possa haver o ensino e a aprendizagem.

Das muitas metodologias existentes no campo da Educação Matemática, se destaca as tarefas exploratório-investigativas, a fim de ampliar formas de aprendizagem por meio da comunicação ora oral e ora escrita, não omitindo a Matemática.

Na tentativa de analisar a utilização das tarefas exploratório-investigativas, como uma alternativa pedagógica viável às aulas mais dinâmicas e atraentes, utiliza-se métodos investigativos que se tangenciam matematicamente a fim de possibilitar o aprendizado dos conteúdos por meios de situações problemas que podem ser desenvolvidas pelos pesquisadores em sala de aula.

A palavra investigação nos remete o ato da procura e descoberta de algo, bem como o que sabemos pelo senso comum. O

primeiro passo para uma investigação é possivelmente identificar o problema e tentar resolvê-lo. Deste modo, se torna aparente que a Matemática de certo modo com seus exercícios tomados por problemas solucionáveis ou não, são meios de investigação.

Stewart (1995) salienta que

Um bom problema é aquele cuja solução, em vez de simplesmente conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos [...] Um interessante e autocontido pedaço de Matemática, concentra-se num exemplo judiciosamente escolhido, contém normalmente em si o germe de uma teoria geral, na qual o exemplo surge como um mero detalhe, a ser embelezado à vontade (STEWART, 1995, p. 17).

Embora ao trabalharmos com um problema requeremos que este seja solucionado, no entanto, não nos atemos que este pode ou não revelar soluções diferentes da que se espera. Assim, Braumann (2002) destaca que

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo (BRAUMANN, 2002, p. 5).

Ao se considerar novas formas de pensamentos e envolvimento com a Matemática em sala de aula, as investigações Matemáticas tem se destacado por proporcionar ao aluno uma oportunidade de usar e consolidar seu conhecimento matemático desenvolvendo sua capacidade, criatividade e tornando-o sujeito de sua própria aprendizagem.

A Investigação Matemática como uma atividade de ensino-aprendizagem estimula o aluno a agir como um matemático, pois permite o envolvimento do aluno com atividades, que consentem este a construir novas conjecturas.

No entanto, em uma Investigação Matemática muitos aspectos são imprevisíveis, sendo necessária intervenção, pois são muitos os trajetos, melhorias e recuos apresentados durante a atividade, bem como as divergências e o modo como a turma reage às intervenções do professor.

O professor tem um papel determinante nas aulas de investigação, pois sua interação com os alunos precisa ser díspar das aulas tradicionais. Para Brocardo, Oliveira e Ponte (2006), uma atividade investigativa desenvolve-se em três fases: *(i) introdução da tarefa, em que o professor expõe a atividade oralmente ou escrita, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que o aluno apresenta aos colegas o trabalho realizado.*

Embora seja curta, a fase inicial, é crítica, pois dela depende o andamento da investigação, pois tarefas como estas não são muito vistas pelos alunos. E para que tudo ocorra possivelmente bem, o ambiente que se faz da sala de aula é importante, o professor deve valorizar o que o aluno faz de modo que este não precise estar em constante orientação.

A fase inicial é o momento de informar o que se pretende desempenhar, mas esta fase precisa ser relativamente breve, para que o tempo disponível à investigação seja o maior possível. No segundo momento o professor desempenhará o papel de intermediador, cabendo ao mesmo buscar compreender como as investigações irão ser realizadas, por meio de questionamentos.

À medida que a investigação se desenvolve, o professor deve estar atento à forma como os alunos reagem à atividade, bem como procurar compreender as estratégias dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicação.

A formulação das conjecturas pode surgir ao aluno de diferentes formas, por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas. Outras ainda são apenas parcialmente verbalizadas, daí a importância da realização da escrita no trabalho investigativo, que tam-

bém possibilita ao professor analisar e planificar o desempenho do aluno.

A realização de relatórios também auxilia o aluno a argumentar e justificar os resultados obtidos, uma vez que a utilização da escrita discursiva em aulas de matemáticas se mostra uma ferramenta poderosa no entendimento da situação problema.

Segundo Lopes e Nacarato (2005), foi a partir da década de 80 que professores sentiram a necessidade de buscar entender melhor o que os alunos aprendiam em sala de aula, encontrando na linguagem escrita uma maneira de sanar essa necessidade. A partir de então, vários pesquisadores vêm estudando a relação entre escrita e Matemática nas atividades exploratório-investigativas.

Para Parateli *et al.* (2004), bem como para Powell e Bairral (2006), a escrita é encarada como um poderoso instrumento de reflexão sobre o pensamento matemático que propicia a criatividade e o desenvolvimento cognitivo do educando.

Lopes e Nacarato (2005) cita que a escrita é uma importante estratégia didática que, além de aperfeiçoar o conhecimento do aluno, torna-se uma ferramenta para o professor, posteriormente, repensar sua prática pedagógica.

A utilização da escrita nas aulas de Matemática configura-se como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática em sala de aula, uma vez que podemos vislumbrar uma maior participação dos estudantes, de modo que se tornem sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem de Matemática (BELINE; CYRINO, 2009, p. 4).

A discussão sobre a investigação constitui um momento importante de partilha de conhecimentos e estratégias utilizadas. Ao expor suas conjecturas e justificativas, o aluno torna claro o processo realizado para se chegar ao resultado, estimulando os mesmos ao questionamento entre si. Essa fase deve também permitir uma sistematização das principais ideias, para que percebam que ainda que partam de caminhos diferentes, podem chegar a um mesmo resultado.

Desenvolvimento da atividade

A turma

A turma em que a pesquisa foi realizada era uma terceira série do curso técnico de um colégio estadual da cidade de Campo Mourão-PR. A turma era composta por quinze alunos, estando presentes na resolução da atividade doze alunos. Eles conversavam muito, mas eram bem participativos na resolução das atividades.

A atividade

A atividade aplicada envolvia o conteúdo de geometria plana e espacial, mais especificamente envolvia o conteúdo de polígonos e poliedros regulares. Ela começava com uma explicação de polígonos regulares e, em seguida, pedia para observar cinco poliedros e verificar quais deles eram regulares pedindo para explicar a ideia do que seria um poliedro regular.

Os alunos foram separados em quatro grupos de três alunos cada. A atividade foi lida juntamente com os alunos e, em seguida, fomos conduzindo a atividade de acordo com as necessidades demonstradas pelos alunos.

Os grupos apresentaram diferentes respostas quanto à quantidade de poliedros regulares e quanto à justificativa do que define um poliedro regular. O tempo destinado para a resolução foi de uma aula de 50 minutos. Os alunos discutiam entre si, mas quando nos pediam ajuda perguntavam se o poliedro escolhido era regular ou não, diante disso, pedíamos para os alunos nos explicarem o que era um poliedro regular de acordo com sua concepção, em seguida, perguntávamos para eles se o poliedro em questão se encaixava dentro das definições que ele acabara de nos dizer. Mesmo assim, os alunos ficavam receosos, queriam ouvir de nós uma resposta concreta, do tipo SIM ou NÃO. A atividade aconteceu de maneira tranquila, apesar da impaciência

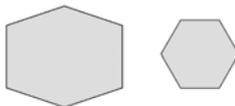
dos alunos em querer saber quais dos poliedros eram regulares de fato. A seguir apresentamos a atividade proposta e as respostas dos grupos.

Análise da atividade

A atividade proposta foi adaptada de uma das atividades do Projeto Matemática Para Todos – Investigações na Sala de Aula desenvolvido pelo Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Lisboa. As atividades são divididas em três áreas: Funções, Geometria, Números e Regularidades. A atividade escolhida, pertencente à área da Geometria, intitulada Poliedros segue abaixo.

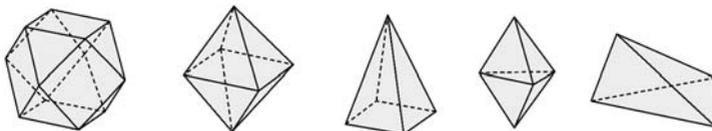
Poliedros

Observe os seguintes polígonos:



Ambos são hexágonos. Mas o da direita dizemos que é regular, porque tem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos também congruentes. O da esquerda apenas tem os lados congruentes, e não os ângulos internos. Por isso Euclides, um matemático grego que viveu há 2300 anos, dizia, em vez de polígono regular, polígono equilátero (lados iguais) e equiângulo (ângulos iguais).

No espaço existem, além dos polígonos, poliedros. Observe com atenção os cinco poliedros seguintes e tente ver como poderíamos aplicar também a palavra regular aos poliedros.



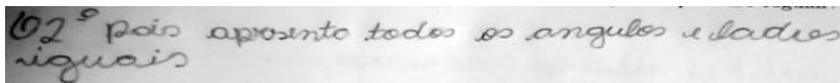
Observa os tipos de faces que tem estes poliedros e vê se poderíamos chamar a algum deles regular. Explique a sua ideia e qual seria a tua definição de poliedro regular.

Resolução dos grupos

Grupo I

O grupo afirmou ter apenas um poliedro regular.

Figura 1 - Resolução do Grupo I.

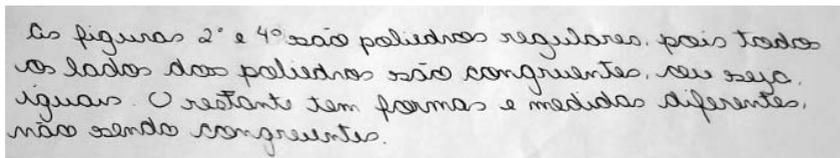


O grupo não apresentou uma definição do que seria um poliedro regular, justificando a escolha do segundo poliedro pelo fato de apresentar ângulos e lados iguais. Percebe-se que o grupo fez da definição de polígonos regulares enunciada na atividade a sua definição de poliedros regulares, porém, o quarto poliedro também possui estas características, mas não foi considerado como regular pelo grupo.

Grupo II

O grupo considerou como poliedros regulares o segundo e o quarto poliedro.

Figura 2 - Resolução do Grupo II.

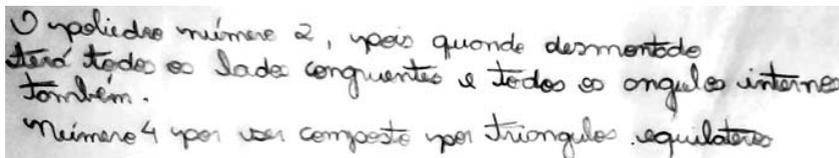


De acordo com a resposta do grupo, o quinto poliedro, que é composto por faces triangulares congruentes, também poderia ser classificado como regular.

Grupo III

O grupo considerou dois dos poliedros como regulares.

Figura 3 - Resolução do Grupo III.

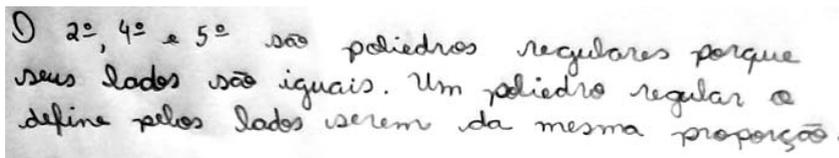


Para este grupo, planificar os poliedros permite uma melhor visualização dos polígonos da face (“...pois quando desmonta-do...”). Como na atividade estava descrito o que era um polígono regular o grupo levou em consideração as características dos polígonos da face dos poliedros para classificá-los em regulares ou não.

Grupo IV

O grupo considerou como regular três dos poliedros apresentados.

Figura 4 - Resolução do Grupo IV.



Para este grupo um poliedro regular se define por ter os “lados”⁷ iguais. Dessa forma três poliedros se enquadram como regulares.

7 A palavra lados que os alunos se referem é na verdade a face do poliedro.

Discussão

Quando todos os grupos finalizaram a atividade fizemos uma discussão acerca das respostas de cada grupo. Cada grupo expôs sua resposta, mas apenas o grupo IV estava confiante, os demais estavam receosos se a resposta por eles dada estava correta. A turma estava impaciente, queria escutar uma resposta concreta do tipo “Só há dois poliedros regulares dos cinco apresentados”, porém por mais que tentássemos tirar esta visão de só existir uma resposta correta, levando-os a perceber que poderíamos nós mesmos criar uma definição de poliedro regular na qual se encaixariam mais poliedros, nós não conseguimos.

Ao explicarmos a definição matemática de poliedro regular os grupos I, II e III aceitaram sem questionamentos a existência de apenas dois poliedros regulares. Por outro lado, o grupo IV manteve-se firme em sua resposta de três poliedros regulares até o final da discussão. É possível perceber os grupos I, II e III apenas justificaram suas escolhas, enquanto que o grupo IV definiu o que é um poliedro regular, esta definição é o que manteve o grupo convicto de sua resposta.

Considerações finais

Depois desta aplicação sela em nós a notável veracidade com que se apresenta nos alunos a visão de que a Matemática e tudo a sua volta se reduz a uma verdade absoluta. Na visão dos alunos os problemas matemáticos ‘sempre’ possuem uma única resposta a ser aceita. Essa visão deve-se ao fato de que os alunos desde o Ensino Fundamental são condicionados a não confiar em sua própria resposta, esperando-a do professor, ou seja, tomam a palavra do professor como uma verdade incondicional, sem questioná-la. Para os alunos, o professor é o único detentor da verdade, não sendo suas respostas questionadas.

Em relação à atividade aplicada por meio da Metodologia de Investigação Matemática, acreditamos que assim como nas outras Metodologias, como Jogos, Resolução de Problemas e Modelagem Matemática, todas permitem aos alunos a convivência social, a distração e o aguçamento do senso crítico. Porém, estando os alunos ligados a “verdade tida por eles como incondicional da Matemática”, não conseguem de fato pensar em modelos e formas, que derivam em uma determinada resposta ou em várias respostas. Os alunos acreditam que várias respostas significam resolução errada.

Para desmistificar essa visão, o professor ao dar a resposta de um problema matemático deveria instigar os alunos a levantarem novas possibilidades em torno do problema, para que, dessa forma os alunos conseguissem visualizar outros caminhos de solução e outras respostas possíveis para o problema.

Assim, com base na aplicação, percebemos que não basta aplicar diversas metodologias em sala de aula se os alunos não mudarem sua concepção e entenderem que existem SIM, na Matemática, outras respostas para um mesmo problema. Uma aplicação periódica de atividades abertas, problemas que possuam mais de uma resposta, pode e contribui para que os alunos modifiquem gradativamente essa concepção.

Além disso, o professor apresenta conhecimento, mas não detém o todo e os alunos precisam perceber que eles detêm um conhecimento que é acrescentado a cada dia mais com estudos e diversidades no campo escolar. O processo de ensino e aprendizagem é mais produtivo quando as duas partes, professor e aluno, “constroem” o conhecimento em conjunto.

Referências

BELINE, Willian; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. **A Escrita Como Estratégia Pedagógica No Ensino De Matemática e Estatística Com Formandas Do Curso De Pedagogia: Analisando a Produção Escrita De Laura.** Educação Matemática Em Revista – RS. Vol. 1, n.1, Canoas: Ed. ULBRA, 1999.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.** In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.* p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

BROCARD, J.; OLIVEIRA, H; PONTE, J. P. P;. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PARATELI, C. A. *et al.* **A Escrita no Processo de Aprender Matemática.** Revista de Educação Matemática – Ano 9, Nos. 9-10 (2004-2005), p. 23-29. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf>> Acesso em: 20 mar. 2009.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático – Interações e Potencialidades.** Campinas, SP: Papirus, 2006. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (orgs). **Escritas e Leituras na Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005

STEWART, I. **Os problemas da Matemática.** Lisboa: Gradiva, 1995.

Investigação matemática: a construção de figuras geométricas por meio de dobragens e cortes

*Lucimara dos Santos
Tamires Vieira Calado
Willian Beline*

Introdução

A Investigação Matemática compõe uma alternativa pedagógica bastante relevante na Educação Matemática. Por meio desta prática, os alunos possuem liberdade para descrever e justificar seus processos de resolução, e estes pode ser totalmente diferente para cada aluno que desenvolver a atividade em questão. Na Investigação Matemática não significa necessariamente que o professor precisa aceitar como correta toda forma de resolução, no entanto, o professor tem de reconhecer que cada aluno desenvolve um raciocínio diferente e este precisa ser respeitado, com isso o aluno tem o direito de defender suas ideias, mas se estas necessitarem ser aperfeiçoadas cabe ao professor este papel.

Neste processo, o aluno é incentivado a aprender por si só, por meio de tentativas que os levam a entender o significado das definições que envolvem a atividade desenvolvida. Com base no processo de tentativa e erro o aluno deve se tornar capaz de entender melhor suas próprias resoluções e com isso consegue expor suas ideias com mais clareza.

O desenvolvimento de atividades diferenciadas desperta a curiosidade dos alunos, que procuram se dedicar no seu desenvolvimento de forma a aprender conteúdos por meio de um processo mais instigante.

A aplicação da tarefa descrita no presente relato foi realizada baseando-se na prática da Investigação Matemática, em que os alunos possuem total liberdade para se expressarem e descreverem seu processo de resolução.

Tal atividade foi aplicada com alunos do nono ano de um Colégio Estadual no Município de Campo Mourão – PR, a proposta da atividade foi estudada por alunos participantes do projeto PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência) do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade Unespar de Campo Mourão – PR.

Espera-se que a Investigação Matemática contribua de forma significativa para a melhoria no ensino. Pois por meio desta o aluno se sente mais seguro ao desenvolver possíveis resoluções, o que enriquece tanto seu conhecimento matemático como sua capacidade de desenvolvimento lógico.

Fundamentação teórica

A prática da Investigação Matemática, na maioria das vezes constitui em situações novas para os alunos, nas quais se pretende que eles evidenciem novos conhecimentos e capacidades matemáticas e novas concepções. Investigar envolve formular questões e buscar explorá-la de forma a provar ou desconsiderar sua validade. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) consideram que as

atividades de investigação matemática podem assumir um lugar de destaque na aprendizagem dos alunos, trazendo para dentro da sala de aula o espírito do trabalho do matemático profissional.

A investigação pode contribuir muito para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno, segundo Ponte (2003), pode ocorrer aprendizagem de ideias e conceitos matemáticos na formação de novas concepções e atitudes em relação à matemática. E à medida que vão fazendo novas atividades investigativas vão entendendo a importância e o significado da prova dos resultados, pois para a maioria deles a resistência em vários testes já é condição suficiente para considerar uma proposição totalmente verdadeira.

Tornar a investigação um processo atrativo para os alunos nem sempre é uma tarefa fácil, pois na maneira como veem a Matemática, sempre composta por regras e definições, eles acreditam que aprendem apenas ao ouvir explicações do professor, e assim, consideram que cada questão matemática tem uma, e somente uma, resposta correta e é o professor quem estabelece a sua veracidade.

Segundo a concepção da Connected Geometry (Education Development Center, 1998a, 1998b), as atividades propostas aos alunos devem ser cuidadosamente organizadas, de maneira que estes consigam desenvolvê-las de forma produtiva, sem ser necessário orientá-los ou ter explicações prévias, e realmente é mais divertido buscar o conhecimento por si só. Porém, se se limitarem a memorizar, não aprendem a compreender as coisas. O objetivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso tem que fazer investigação. A investigação requer adaptações pedagógicas e impõe novas exigências aos conhecimentos matemáticos do professor.

Segundo Paul Goldenberg (1995), podemos considerar três tipos de investigações: explorar, descobrir e por em questão. Muitas atividades podem ser propostas de maneira a explorar seus conteúdos, de forma também a ajudar os alunos a se sentirem livres para pensar sobre o problema proposto. Uma investigação

matemática também pode levar a uma discussão ou por em questão ideias matemáticas já trabalhadas, mas nenhuma resposta tem qualquer valor sem uma explicação.

Temos, assim, uma quarta função da investigação no currículo sugerida por Paul Goldenberg (1995): ensinar o aluno a investigar.

As questões propostas aos alunos com o objetivo de seguir uma investigação são questões abertas para que estes sigam caminhos imprevisíveis. Não se podem indicar os caminhos que o aluno deve seguir, mas sim deixá-lo desenvolver de forma livre, discutindo com os colegas. O professor deve apenas conduzir a atividade para uma investigação para que o aluno entenda como essa prática deve ser realizada.

Uma atividade proposta aos alunos com cunho investigativo deve ser assim encarada por eles, para que levantem suas próprias questões e busquem resposta para elas, tornando assim, uma prática exploratória investigativa.

Segundo Castro (2004), uma aula de matemática que promove um ambiente de investigação pode ser chamada de “aula investigativa”. Para a autora “as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade matemática”.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), investigar não significa necessariamente lidar com problemas difíceis, mas aqueles nos quais não temos respostas prontas e permitem várias possibilidades de investigação para os alunos. De acordo com esses autores, a tarefa investigativa deve seguir quatro momentos depois de elaborada ou escolhida pelo professor e entregue aos alunos: exploração de questões investigativas, organização dos dados, realização de teste em busca de validar os resultados e argumentar e criar justificativas para esses resultados.

Em relação ao desenvolvimento de uma aula de investigação, esses autores ainda apresentam alguns passos que dependendo da aula podem sofrer alterações, são eles:

- Preparação da tarefa investigativa por parte do professor;

- Introdução da tarefa e indicação do ponto de partida para auxiliar os alunos;
- Realização da tarefa em grupo e descrição dos passos seguidos;
- Socialização e discussão com os colegas dos resultados produzidos pelos grupos.

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, no qual os próprios alunos são responsáveis pelo processo.

Nos cenários para investigação podemos classificar com atividades voltadas a matemática pura, a semi-realidade e a realidade. Na matemática pura os problemas são criados preocupando-se apenas com os conteúdos que serão abordados e não com o contexto da situação problema. Na semi-realidade os alunos são levados a usar a imaginação e se impõem a uma situação problema voltada para a realidade. Nas situações de realidade mesmo, os alunos buscam dados reais, situações reais e desenvolvem soluções reais para tal investigação. Nessas práticas os exercícios podem ser usados como um meio para fixar algumas experiências e provocar uma quebra no contrato didático.

FREITAS, M.T.M. (2006), apoiada em Fiorentini (2004), também apontou potencialidades desta abordagem para tornar o aluno protagonista das ações:

O aluno, durante o processo investigativo, não se configura como simples objeto de conhecimentos, isto é, alguém carente de informações, tendo de aprender apenas aqueles saberes que as instituições e o formador [professor] consideram mais relevantes (FIORENTINI, 2004, p. 246), mas al-

guém que estabelece relações próprias com a matéria de estudo, realizando outras incursões sobre ela e atribuindo sentidos àquilo que estuda (p. 51).

Os cenários para uma investigação podem ser buscados de várias maneiras pelo professor, este pode criar uma tarefa buscando relações, ou não, com a realidade que podem ser investigadas pelos alunos. Cabe a nós, professores, não nos deixar conduzir pela zona de conforto e buscar aperfeiçoamento nas diferentes áreas do ensino da matemática.

Descrição da atividade proposta

A turma para a realização da atividade foi escolhida por nós aleatoriamente de acordo com a possibilidade de horários. Embora já conhecêssemos o professor regente, ainda não havíamos tido contato com a turma em questão e por isso decidimos realizar observações participativas em duas aulas anteriores. Já nestas aulas pudemos notar que os alunos, em sua maioria, possuíam caráter participativo e foi assim que se mantiveram durante nossa regência, embora dois alunos se recusassem a desenvolver a atividade, permanecendo com o mesmo comportamento que desenvolviam nas aulas anteriores. Na aula da aplicação estiveram presentes 24 alunos, mas como já mencionamos 22 desenvolveram a atividade proposta.

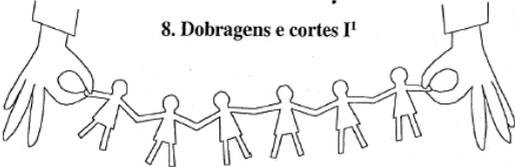
Procuramos permanecer atentas quanto ao desenvolvimento das ideias dos alunos, buscamos dar atenção a todos sempre incentivando-os a se dedicarem no desenvolver da tarefa, levando-os a fazer descobertas. Como estes estavam dispostos em duplas ou trios sugerimos que descrevessem suas resoluções separadamente para que cada um pudesse expressar sua forma de pensar e ao fim da tarefa nos entregassem seu desenvolvimento. Buscamos também, questionar suas possíveis de resoluções sempre pedindo para que relatassem as mesmas.

A atividade constituía-se em realizar dobras e cortes em folhas disponibilizadas aos alunos de forma a obterem figuras geométricas requeridas, como segue abaixo:

Figura 1- Atividade proposta aos alunos

 MATEMÁTICA PARA TODOS
investigações na sala de aula

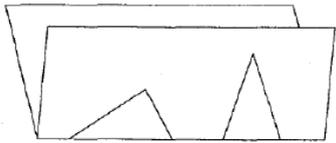
8. Dobragens e cortes I'



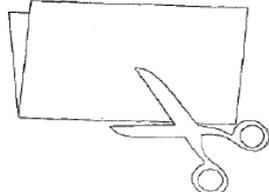
Para esta atividade você vai precisar de uma tesoura e de muito papel.

UMA DOBRAGEM E DOIS CORTES!

- 1) Em uma folha de papel dobrada ao meio, desenhe dois triângulos diferentes. Corte estes triângulos com uma tesoura, depois desdobre o papel e recorte as formas geométricas que obtiveram.



- 2) Com apenas dois cortes, descubra uma forma de obter triângulos equiláteros, isósceles ou escalenos. Não se esqueça de desenhar primeiro os cortes que deseja fazer.



Análise da atividade

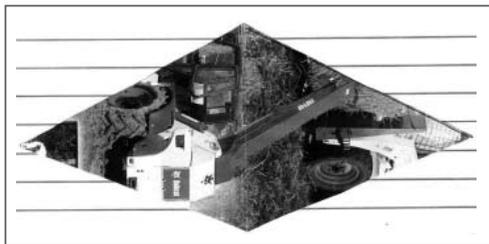
Para fins de análise consideramos as figuras desenvolvidas pelos alunos buscando o ponto de partida para formá-las, pois alguns acabaram misturando os recortes e não pudemos distinguir o que fazia parte das questões 1 ou 2. Desta forma, pudemos

saber se houveram grupos que obtiveram formas geométricas diferentes cortando o mesmo o tipo de triângulo o que é um ótimo ponto de partida para a fase de discussão. Para tanto, nomeamos os grupos de 'A' até 'I', porém ao final desconsideramos o grupo 'C' por ter realizado a tarefa sem fazer as dobras, somente cortaram a figura desejada, o que não caracteriza a atividade.

Losango

Podemos obter um losango cortando um triângulo equilátero ou um triângulo isósceles. Cinco grupos conseguiram formar o losango e três grupos não conseguiram, destes: Os grupo A, E e F cortaram um triângulo isósceles; O grupo B cortou um triângulo equilátero e o grupo D cortou um triângulo isósceles e um triângulo equilátero. Segue abaixo o losango desenvolvido pelo grupo F que cortou um triângulo isósceles.

Figura 2 - Produção do aluno



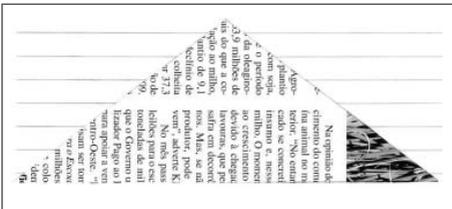
Esta tarefa foi caracterizada pela realização de várias tentativas e erros, tentativas estas que não se davam por terminadas mesmo quando os alunos conseguiam obter a figura geométrica pela qual almejavam, pois os incentivamos a realizar vários cortes para uma mesma figura. Se uma tentativa lhes permitiam, por exemplo, obter um losango cortando um triângulo equilátero, começavam então novas experiências para saber se podiam obtê-lo também por meio de um triângulo isósceles ou escaleno. Os

três grupos que não chegaram a esta figura geométrica atentaram-se apenas para o enunciado da tarefa permanecendo focados em desenvolver os três tipos de triângulos que eram pedidos, por este motivo não tentaram chegar a outras formas geométricas.

Triângulo isósceles

Para obtermos um triângulo isósceles podemos cortar também um isósceles ou um triângulo escaleno. Oito grupos conseguiram obter um triângulo isósceles, destes: O grupo A cortou um triângulo escaleno e um triângulo isósceles; Os grupo B e I cortaram um triângulo isósceles; Os grupos D, E, F, G e H cortaram um triângulo escaleno. Segue então, o triângulo isósceles desenvolvido pelo grupo H.

Figura 3 - Produção do aluno



A grande curiosidade do triângulo isósceles foi quando os alunos descobriram que podiam obtê-lo cortando ele mesmo, a princípio todos acharam que estavam cortando um escaleno e assim anotavam suas conjecturas na folha. Perguntamos a eles então, se as medidas daquele triângulo estavam corretas, intrigados começaram a medir novamente e notaram a diferença, ficando confusos nos perguntaram:

- Professora, mas eu estou cortando um triângulo isósceles e obtendo um isósceles?

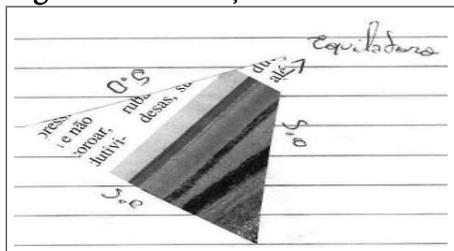
Pareciam não acreditar na descoberta que haviam feito, ficaram muito animados e continuaram a fazer mais testes, pois

havam realizado uma parte da tarefa e ainda tinham desafios pela frente.

Triângulo equilátero

Podemos obter um triângulo equilátero cortando um triângulo escaleno, neste triângulo a medida do cateto cortado deve ser o dobro da medida da hipotenusa. Cinco grupos conseguiram obter um triângulo equilátero e três grupos não conseguiram, destes: Os grupos B, E, F, G e I conseguiram cortar este triângulo escaleno. Temos abaixo a produção do grupo E que relatou as medidas do triângulo formado.

Figura 4 - Produção do aluno



Notando a dificuldade na obtenção do triângulo equilátero, um dos grupos, a partir de um exemplo particular em que tinham conseguido obtê-lo, começou a investigar as medidas utilizadas em seu cateto e hipotenusa, porém não conseguiam generalizar. Neste momento, sugerimos que eles compartilhassem estas medidas com os outros grupos para que assim todos pudessem fazer a mesma investigação e tentar descobrir quais as condições necessárias para que as medidas utilizadas formassem o triângulo desejado.

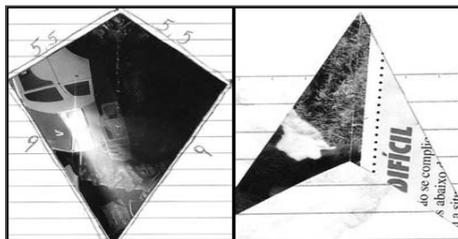
Sugerimos que eles tentassem outras medidas, pensassem no que eles estavam cortando e o que iria formar, nas figuras que já haviam conseguido, indicamos que fizessem desenhos na folha antes de cortar, e vários outros testes até que o grupo que havia

conseguido o caso particular finalmente generalizou como um triângulo equilátero era descrito e outros quatro grupos persistentes o fizeram com medidas diferentes.

Papagaio⁸: convexo ou não convexo

Se cortarmos um triângulo escaleno podemos obter ainda um papagaio côncavo ou um convexo, mas este último também pode ser formado cortando-se um triângulo isósceles. Seis grupos conseguiram obter o papagaio convexo ou não convexo e dois grupos não conseguiram, destes: Os grupo A, B, E, F e I cortaram um triângulo escaleno e obtiveram um papagaio convexo e o grupo G cortou um triângulo escaleno e obteve um papagaio côncavo e em outro triângulo escaleno obteve um papagaio convexo. Temos à esquerda da figura a seguir a produção do grupo I que obteve um papagaio convexo e à direita a ilustração do papagaio côncavo obtido pelo grupo G.

Figura 5 - Produção do aluno



Quadrado

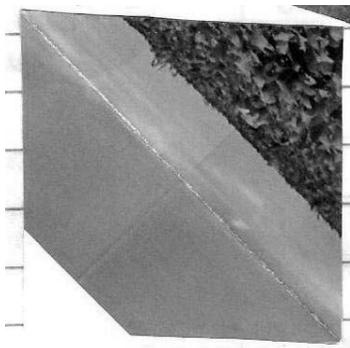
Para podermos obter um quadrado, precisamos cortar um triângulo isósceles de maneira que a base deste triângulo tenha o dobro da medida de sua altura. Nenhum grupo havia conse-

⁸ Quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos congruentes, mas os seus lados opostos não são congruentes.

guido descobrir que era possível se obter o quadrado por meio destas condições. Então, ao final da tarefa explicamos que havia a possibilidade de se obter um quadrado, porém sem dar-lhes as condições e pedimos que tentassem.

Todos mostraram muito interesse em descobrir como fazer, demoraram algum tempo realizando várias tentativas e, alguns grupos, só conseguiram descobrir o tipo de corte que deveriam fazer depois que lhes demos a dica de pensar nas condições do triângulo equilátero, pois algo poderia ser parecido, e por fim todos conseguiram fazer.

Figura 6: Produção do aluno



Triângulo escaleno

Não podemos obter um triângulo escaleno utilizando as regras da atividade. Somente o grupo I conseguiu descobrir os motivos, e ao ser questionado o porquê prontamente deram a seguinte resposta: “*Não pode ser feito com dobradura, pois não se divide ao meio com as mesmas proporções*”.

Como a questão 2 pedia para descobrir uma forma de conseguir obter um triângulo escaleno, talvez por arrisque ou por medo de dizer que não conseguiram alguns grupos cortaram o triângulo sem realizar a dobra na folha.

Ao percebermos este equívoco pedimos para que um aluno do grupo I explicasse para os demais em suas palavras o porquê não era possível se obter um triângulo escaleno. Em seguida fizemos o desenho de um triângulo no quadro simulando o que eles deveriam fazer na folha de papel dobrada e explicamos o que acontece com o eixo de simetria quando eles cortassem e abrissem a figura para um melhor entendimento do caso em particular.

Não conseguimos realizar maiores discussões com os alunos por falta de tempo, pois durante a atividade muitos tinham dúvidas e nos questionavam a todo momento o que tomou mais algum tempo da aula. A escolha dos membros dos grupos também tomou algum tempo mesmo estes membros sendo escolhidos pelos próprios alunos. Mas acreditamos que as discussões foram de bastante valia tanto para nós, quanto para os alunos.

Considerações finais

Transmitir conhecimentos, com certeza, não é o principal papel do professor em uma sala de aula, apoiar o aluno em suas descobertas é, na verdade, sua função mais satisfatória, onde o aluno aprende buscar suas próprias resoluções.

Pudemos notar na realização da atividade descrita a satisfação, e ao mesmo tempo a surpresa dos alunos ao realizarem uma tarefa com caráter diferenciado, o que gerou, de certa forma, insegurança e medo de arriscar resoluções. Éramos questionadas o tempo todo sobre as incertezas dos alunos e com isso procuramos deixá-los à vontade, pois a insegurança no processo didático é uma grande barreira na aprendizagem.

Referências

CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Investigação Matemática na Recuperação do ciclo II e o desafio da inclusão escolar.**

GOLDENBERG, E. Paul. *Education Development Center*, EUA (1995). **Quatro funções da investigação na aula de matemática.**

PONTE, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H. e Segurado, M. I. (2003). **Histórias de investigações matemáticas.**

TUDELLA, Ana; FERREIRA, Catarina; BERNARDO, Conceição; PIRES, Fernando; FONSECA, Helena; SEGURADO, Irene; VARRANDAS, José. **Dinâmica de uma aula com investigação.**

ZETETIKE-Cempem – FE – Unicamp-v.14 – n.26-jul/dez – 2006. **Aprender matemática investigando.**

Investigações na sala de aula: análise da tarefa cadeia de números

*Eliane Siviero da Silva
Ronalti Walaci Santiago Martin*

Introdução

A matemática tem relação direta com o cotidiano em que vivemos, está presente em varias situações, no emprego de um engenheiro quando é desenvolvido um projeto, no corte de cana para medir a área que foi cortada por um trabalhador, nas contas a serem pagas por uma família, em uma disputa esportiva como o salto em distancia, exemplos não faltariam para mostrar que a Matemática é um componente de importância e que deve ser ensinado.

Preocupados com esse ensino e mais preocupados com o aprendizado e formação de um aluno que possa questionar seus próprios conhecimentos e assim desenvolve-los, fizemos pesquisas que nos levaram a uma metodologia chamada Investigação Matemática, vários autores importantes do Cenário Matemático

como Skovsmose e Tudella desenvolveram estudos que contribuíram para essa metodologia.

Assim inspirados nessas pesquisas e atentos em contribuir com a educação, nos aprofundamos nas leituras, com o intuito de verificar como se desenvolveria o processo de investigação, pesquisamos tarefas que contribuiriam para as investigações e que posteriormente seriam aplicadas com os alunos. Escolhemos para desenvolver esse relato a Tarefa Cadeias de Números, pois estava ligada ao conteúdo já visto pela faixa etária em que iríamos trabalhar, as quatro operações fundamentais e potenciação.

A tarefa foi realizada com alunos do sétimo ano de um Colégio Estadual localizado no município de Campo Mourão - PR, estávamos neste ambiente de ensino por sermos vinculados a uma parceria feita pelo PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência) junto com este Colégio Estadual.

Esclarecemos aos alunos que a tarefa a ser desenvolvida era de caráter investigativo, para um melhor entendimento explanamos no quadro um exemplo semelhante da tarefa proposta a eles. Solicitamos o trabalho em duplas e salientamos a importância de discutir e apresentar as ideias para o parceiro de dupla e ainda a necessidade de se fazer anotações, para assim, ao final fazermos uma discussão do que fora feito por cada dupla. Por ser uma turma relatada pelo professor por possuir muitas dificuldades fomos preocupados em como fazer intervenções, sem que essas pudessem interferir no trabalho realizado.

Atividades investigativas em sala de aula

Preocupados com o ensino da Matemática, educadores desta área optam por trabalhar com diversas metodologias de ensino, tais como a Resolução de Problemas, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, o uso de jogos, entre outros. Tomamos neste trabalho uma abordagem investigativa de atividades ma-

temáticas, onde o termo investigar nos leva a uma situação de procurar, conhecer e entender algo.

Acreditamos que uma abordagem investigativa, conforme assegura Skovsmose (2008) pode criar um cenário “que convida os alunos a formular questões e procurar explicações” (p.21). Levando eles a ficarem cada vez mais próximos de um conhecimento sintetizado em suas próprias descobertas.

Sob outro aspecto, Tudella (et al, 1999) salienta que a respeito das aulas em sala,

que de alguma maneira todos conhecemos, vivem uma dinâmica, com certeza, diferente da proporcionada por uma aula onde se procura que o aluno se envolva numa atividade próxima da atividade do matemático. Ao se considerar novas formas de pensamento o envolvimento com a Matemática é de ter em conta o importante contributo que as atividades de investigação podem ter quando promovidas nas nossas salas de aula. Nas propostas com cunho investigativo, a questões iniciais são abertas, pouco estruturadas e serão trabalhadas pelos alunos, podendo estes seguir por caminhos imprevisíveis.

Tudella vem mostrar assim que a investigação, não tira a importância das aulas que já conhecemos, mas que se aderirmos a ela poderíamos levar os alunos à captura de descobertas redigidas por si mesmos.

Neste sentido, outro autor vem salientar algumas diferenças e que estas proporcionam aos alunos novos desafios: “Em síntese, podemos dizer que as tarefas e atividades investigativas diferenciam-se das demais por privilegiarem situações-problemas desafiadoras e abertas que permitam aos alunos múltiplas possibilidades de exploração e investigação” (CRISTÓVÃO, 2007).

Ao propósito de utilizar da Investigação Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, Goldenberg (1999) destaca a importância do processo de descoberta dos fatos, de conjecturas, ao dizer que:

[...] se um dos objectivos da educação matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descobrem factos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma actividade: descobrir os factos. Não podemos apresentar factos e pôr os alunos simplesmente a aplicá-los ou a prová-los; assim como não podemos explicar técnicas e fazer com que os alunos se limitem a executá-las. O objectivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso têm que fazer investigação. (p. 37)

De acordo com o mesmo autor pode valer-se de um ambiente em sala de aula de modo que desenvolva as práticas designadas por Explorar, Descobrir e Pôr em questão, respectivamente, tal que desempenham quatro funções.

Nesse discurso, entende-se por Explorar, o momento em que os alunos são conduzidos, em princípio, a entrar em contacto com o que será trabalhado. Numa perspectiva exploratória, o objetivo “[...] é criar um cenário para o trabalho posterior, ajudar os alunos a estabelecer intuições e a desenvolver um “sentido” do território” (GOLDENBERG, 1999, p. 39). Concomitantemente, o processo de Descoberta permite “[...] conduzir os alunos à descoberta de uma ideia ou fato matemático específico” (GOLDENBERG, 1999, p. 40). Nesta função, “[...] pode ainda ser utilizada como uma primeira experiência, mas poderá igualmente servir como parte do corpo ou mesmo final de uma sequência de aprendizagem” (GOLDENBERG, 1999, p.40). Ao mesmo tempo, a terceira ação “leva os estudantes a discutir ou pôr em questão ideias matemáticas que tenham já trabalhado parcialmente, para rever, apurar ou aprofundar essas ideias ou para as relacionar com outras ideias” (GOLDENBERG, 1999, p.40). Por fim, uma quarta função da investigação no currículo é ensinar o aluno a investigar. O propósito agora não é apenas o conteúdo matemático, mas como aprender a investigar.

Com relação à estrutura de uma aula investigativa Tudella (et al ,1999) sugere as seguintes fases: introdução da tarefa, de-

envolvimento da tarefa e discussão final. Face ao que o autor alude, adotamos tal estrutura que, de antemão, prescreve na introdução da tarefa o momento que o professor faz a proposta aos alunos, podendo ser apresentada de diversos modos, o professor distribui a tarefa complementando-a por uma apresentação oral, que poderá ser feita somente por ele, ou uma leitura em grande grupo.

É digno de nota, lembra que esta apresentação servirá para clarificar a tarefa e explicitar o tipo de trabalho que se quer desenvolver com as investigações. Por outro lado, o professor pode utilizar-se apenas da apresentação da tarefa por escrito, exigindo possivelmente um maior apoio do professor junto dos grupos no sentido de ajudá-los a entender o que se pretende. Contudo, este apoio poderá ser minimizado se a apresentação escrita da tarefa estiver a mais clara possível.

Já no desenvolvimento da tarefa pretende-se estimular a atitude investigativa nos alunos, havendo cuidado para que a aula se centre, realmente, na atividade dos alunos, bem como nas suas ideias e conjecturas. Assim, num ambiente investigativo, privilegia-se o desenvolvimento de atitudes questionadoras, a observação e análise de situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações e de argumentos, onde a criatividade e o desenvolvimento de ideias próprias têm um papel muito importante.

Durante a realização da tarefa é fundamental que o professor acompanhe este processo, pois é principalmente através das intervenções do professor que se torna mais claro para o aluno aquilo que se pretende realmente que ele faça neste tipo de propostas e adquira uma visão diferente do papel do professor.

Por término, temos a discussão final, em que os alunos irão fazer uma reflexão sobre a atividade desenvolvida. Reflexão essa que permite pôr em questão os processos de resolução, sendo valorizados em relação ao produzido, mesmo que estes não conduzam a uma resposta final correta.

Esta reflexão é fundamental para criar nos alunos uma visão mais crítica da Matemática. Este é um momento que se faz im-

portante durante as tarefas de investigação, visto como os alunos terão a oportunidade de pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações. É também o momento adequado para se clarificarem ideias, se sistematizarem algumas conclusões se validarem os resultados.

Por outro lado, este momento permite que os alunos estabeleçam conexões entre este tipo de trabalho e outros conhecimentos pessoais sobre a aprendizagem da disciplina. Muitas vezes, durante a fase de discussão, são descobertas novas relações e formuladas novas conjecturas.

Contexto da aplicação da tarefa

A tarefa foi desenvolvida em um Colégio Estadual localizada no município de Campo Mourão - PR, contando com a participação de 12 alunos de um sétimo ano.

Primeiramente nos apresentamos, explicamos sobre a tarefa que seria desenvolvida e solicitamos que registrassem seus cálculos em uma folha.

Para um melhor entendimento do que estava sendo pedido na tarefa, escolhemos alguns exemplos para resolvermos juntamente com os alunos no quadro. Em seguida, solicitamos que formassem duplas.

Nomearemos as duplas de D1, D2, D3, D4, D5 e D6.

A tarefa denominada *Cadeia de Números*, é composta por três questões. As duas primeiras questões estabelecem instruções a serem investigadas e na terceira questão os alunos deverão estabelecer as instruções a serem investigadas.

A seguir apresentamos a tarefa aplicada em sala de aula (Figura 1).

Figura 1 - Tarefa Cadeia de Números



MATEMÁTICA PARA TODOS
investigações na sala de aula

4. Cadeias de números

A. As cadeias de números são criadas através da repetição de uma instrução.

Por exemplo:

Escolhe um número

- se o número for par, divide-o por 2;
- se o número for ímpar, multiplica-o por 3 e adiciona-lhe 1;

Termina esta cadeia. O que acontece? Será que todas as cadeias geradas deste modo terminam da mesma forma? Investiga?

B. Outro tipo de cadeia é o seguinte:

Soma os quadrados dos algarismos do número escolhido e assim sucessivamente

23
 $2^2+3^2 = 13$
 $1^2+3^2 = 10$
 $1^2+0^2 = 1$

Investiga outros exemplos idênticos a este. Que conclusões?

C. Estabelece agora tu as instruções e investiga propriedades de outras cadeias.

A seguir são apresentadas as respostas e análise da tarefa.

Questão 1:

A. As cadeias de números são criadas através da repetição de uma instrução.

Por exemplo:

Escolhe um número:

- se o número for par, divide-o por 2;

- se o número for ímpar, multiplica-se por 3 e adiciona-lhe 1.

Termina esta cadeia. O que acontece? Será que todas as cadeias geradas deste modo terminam da mesma forma?

Investiga?

Na questão 1, os alunos deveriam investigar as cadeias formadas pelos números escolhidos por eles seguindo as instruções dadas, independentemente do número escolhido, verificasse sempre o mesmo comportamento das cadeias, entrando num ciclo 4,2 e 1 que se repete indefinidamente. Segue os resultados apresentados pelas duplas.

Dupla D1

A dupla D1 teve uma boa interação durante o desenvolvimento da tarefa, solicitando algumas vezes a nossa ajuda. Foi investigada a cadeia formada pelos números 6, 8, 1 e 16. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D1 (Figura 2):

Figura 2 - Solução apresentada pela dupla D1.

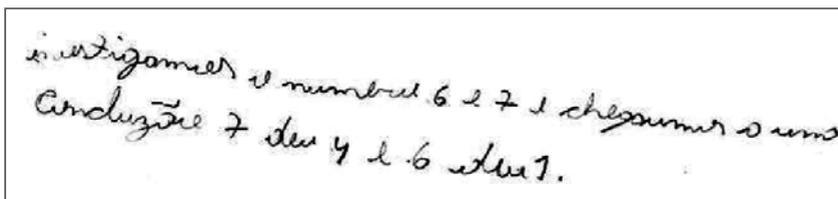
Termina esta cadeia. O que acontece? Será que todas as cadeias geradas deste modo terminam da mesma forma? Investiga? *Se repete em valores negativos o mesmo número 4,2,1*

Observamos que a dupla D1 conseguiu averiguar que a partir dos números escolhidos, verifica-se sempre o mesmo comportamento, entrando num ciclo 4, 2, 1.

Dupla D2

A dupla D2 investigou a cadeia formada pelos números 6 e 7. Mesmo sendo falado que era para eles resolverem a tarefa juntos para poderem discutir, eles decidiram dividir a tarefa, um deles resolveu a primeira questão e o outro resolveu a segunda questão. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D2 (Figura 3):

Figura 3 – Solução apresentada pela dupla D2.

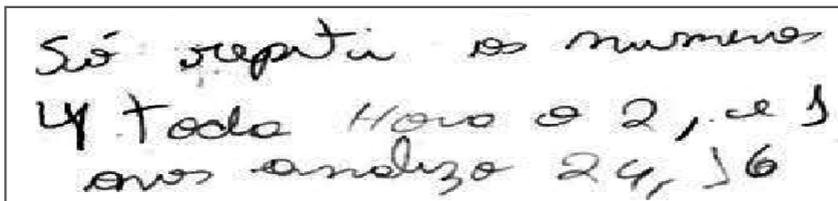


A dupla D2 também conseguiu chegar numa repetição, eles colocaram que a cadeia do número 7 termina em 4 repetindo novamente a instrução, e a cadeia do número 6 termina em 1.

Dupla D3

A dupla D3 investigou a cadeia dos números 24 e 16. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D3 (Figura 4):

Figura 4 - Solução apresentada pela dupla D3.

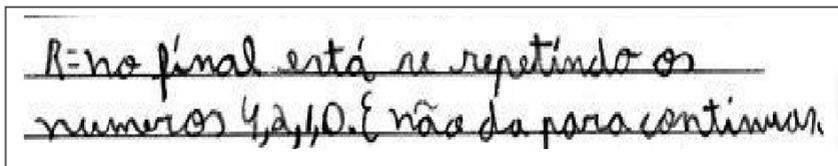


Notamos que no desenvolvimento da cadeia do número 24, houve um erro de cálculo, o que resultou no aumento da cadeia.

Dupla D4

A dupla D4 investigou a cadeia dos números 6 e 1000. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D4 (Figura 5):

Figura 5 - Solução apresentada pela dupla D4.

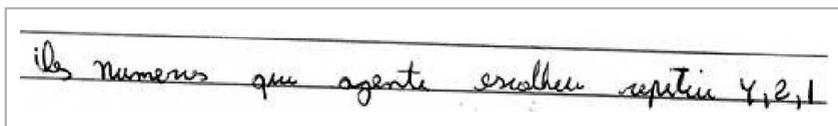


A dupla começou a investigar a cadeia do número 1000 até o número 310, depois eles resolveram investigar a cadeia do número 6 e chegaram à repetição dos números 4, 2, 1.

Dupla D5

A dupla D5 investigou a cadeia dos números 5 e 10. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D5 (Figura 6):

Figura 6 - Solução apresentada pela dupla D5.

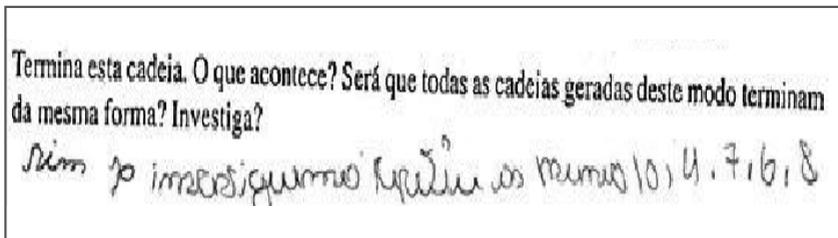


As cadeias investigadas resultaram na repetição 4, 2, 1.

Dupla D6

A dupla D6 investigou a cadeia dos números 7 e 10. A seguir é apresentada a resposta dada pela Dupla D6 (Figura 7):

Figura 7 - Solução apresentada pela dupla D6.



Os cálculos foram realizados corretamente, porém na resposta foi colocado que se repetiram os números 10, 4, 7, 6 e 8, sendo que os números que se repetiram foram 4, 2 e 1.

Questão 2:

B. Outro tipo de cadeia é o seguinte:

Soma os quadrados dos algarismo do número escolhido e assim sucessivamente:

23

$$2^2 + 3^2 = 13$$

$$1^2 + 3^2 = 10$$

$$1^2 + 0^2 = 1$$

Investiga outros exemplos idênticos a este. Que conclusis?

Na questão 2, as instruções a serem seguidas pelos alunos na hora de investigar a cadeia formada pelos números escolhidos por eles era diferente das instruções dadas na questão 1. Nesse caso, verifica-se que alguns números dão origem a ciclos que se repetem indefinidamente enquanto outros vão terminar no número 1.

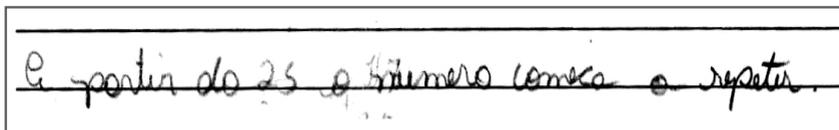
As duplas apresentaram dificuldades no cálculo do número ao quadrado, eles estavam calculando duas vezes o valor. As du-

plas D4 e D6 não fizeram a segunda questão. A seguir são apresentados os resultados dados pelas duplas.

Dupla D1

A dupla D1 investigou a cadeia formada pelo número 15. Observamos que durante o desenvolvimento da cadeia houve alguns erros de cálculos, no lugar de calcularem o número ao quadrado estavam calculando duas vezes o número, por conta disso a conclusão apresentada pela dupla estava incorreta.

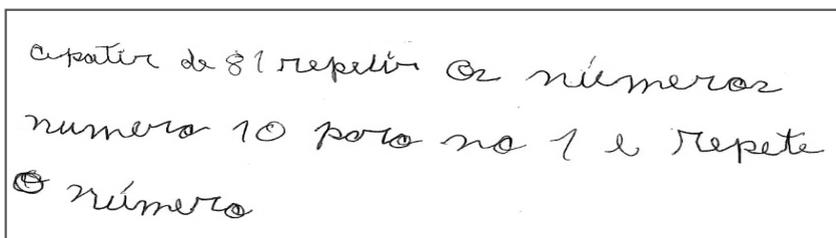
Figura 8 - Solução apresentada pela dupla D1.



Dupla D2

A dupla D2 investigou a cadeia formada pelos números 3 e 10. A cadeia do número 10 é imediata, pois sempre vai repetir o número 1. Novamente encontramos os mesmos erros de cálculos do número ao quadrado na cadeia do número 3.

Figura 9 - Solução apresentada pela dupla D2.



Dupla D3

A dupla D3 investigou a cadeia formada pelo número 15. Os cálculos estavam corretos, porém eles não investigaram até encontrar um ciclo que se repetisse indefinidamente.

Figura 10 - Solução apresentada pela dupla D3.

Esses números não foram repetidos se foram aumentando

Dupla D5

A dupla D5 investigou a cadeia formada pelos números 2 e 15. Um dos valores foi colocado errado, o resultado do cálculo era 58 e eles colocaram 56, por conta disso a cadeia não foi calculada corretamente.

Figura 11 - Solução apresentada pela dupla D5.

Nós investigamos a de número 15 e 2 dois e quando chegamos ao 37 resulto

Questão 3:

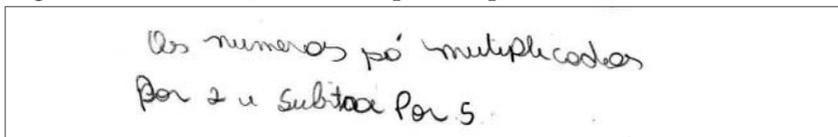
C. Estabelece agora tu as instruções e investiga propriedades de outras cadeias.

Na questão 3, os alunos deveriam estabelecer instruções a serem seguidas e investiga-las.

As duplas D2, D4 e D6 não fizeram a questão 3. Segue abaixo as instruções dadas pelas duplas.

Dupla D1

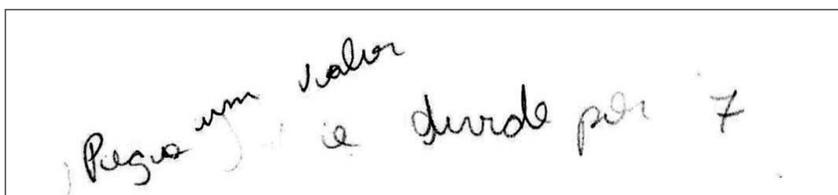
Figura 12 - Instruções dadas pela dupla D1.



Os números são multiplicados por 2 e subtraído por 5.

Dupla D3

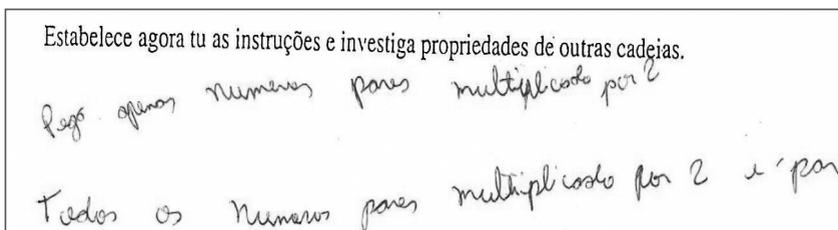
Figura 13 - Instruções dadas pela dupla D3.



Pega um valor e divide por 7.

Dupla D5

Figura 14 - Instruções dadas pela dupla D5.



Estabelece agora tu as instruções e investiga propriedades de outras cadeias.
Pega apenas números pares multiplicado por 2
Todos os números pares multiplicado por 2 e por

Considerações finais

Por meio da tarefa desenvolvida foi possível observar que os alunos apresentaram dificuldades nos cálculos dos valores quadrados, em diferenciar um número par do número ímpar, também acabaram não investigando as cadeias até poderem tirar as

conclusões por serem contas extensas. Houve bastante solicitação por parte dos alunos, alegando não terem entendido o que era para ser feito.

Não tivemos tempo de fazer a discussão no final da tarefa, a falta desse momento prejudica o trabalho, uma vez que a discussão é o momento dos alunos exibirem suas respostas, às conclusões que chegaram e justificá-las, também em questioná-los e fazermos uma interação com toda a turma.

Levando em consideração o pouco tempo que tivemos para trabalhar com esta turma poucas conclusões podemos tirar, mas foi possível observar que os alunos conseguiram desenvolverem a tarefa proposta, porem houve dificuldades por parte dos mesmos em trabalhar com algo novo, no qual eles deveriam investigar e tirarem conclusões, evidenciando assim a necessidade de se trabalhar de diferentes formas, atento as dificuldade enfrentadas pelos alunos.

Referências

CRISTÓVÃO, Eliane Matesco. **Investigações matemáticas na recuperação de Ciclo II e o desafio da inclusão escolar**. 2007. 177 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP: 2007.

GOLDENBERG, E. P. **Quatro funções da investigação na aula de Matemática**. In: ABRANTES, P. et al. *Investigações Matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: CRL, 1999. p. 1-15.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papyrus, 2008. p. 15-39. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

TUDELLA, A. et al. **Dinâmica de uma Aula com investigações**. In: ABRANTES, P. et al. *Investigações Matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: CRL, 1999. p. 87-96.

Análise da tarefa: investigações com espelho I em uma turma do ensino médio

*Carla Larissa Halum Rodrigues
Greicy Kelly Delfino Martinhago*

Introdução

O projeto PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência surgiu para oportunizar melhorias do ensino das escolas públicas, formando profissionais mais experientes com a realidade escolar e que trabalhem com metodologias que levem o aluno a participar ativamente na construção do seu conhecimento.

Este programa tem como objetivo antecipar o vínculo entre os futuros docentes e as salas de aula. No entanto, neste relato apresentaremos a fundamentação do nosso estudo que é a Investigação Matemática e a Análise da Tarefa.

A tarefa de Investigação Matemática intitulada de Investigações com Espelho I foi desenvolvida com alunos do Ensino Médio de um Colégio Estadual que cursam ensino técnico, no município de Campo Mourão – Paraná, tal tarefa foi retirada do

projeto Matemática para Todos, criado em Portugal com parceria entre professores da universidade, escolas superiores e da educação básica.

A análise da tarefa foi desenvolvida levando em consideração a produção escrita dos alunos visando valorizar o conhecimento, dando a eles autonomia para realizarem a tarefa. Porém, percebemos que eles não estão acostumados com tal metodologia, pois pediam auxílio aos professores, querendo saber se a resposta estava correta.

Conforme salienta Goldenberg (1999, p. 37) “[...] se um dos objetivos da educação Matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descubrem fatos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma atividade: descobrir os fatos”.

A investigação possibilita a descoberta de fatos, sendo assim a tarefa aplicada faz o aluno descobrir e explorar vários objetos do seu dia a dia com mais agilidade e facilidade. Portanto, cabe ao professor trabalhar com metodologias que incentivem o aluno a pensar, construindo uma aprendizagem significativa.

Investigação em Matemática

Investigar é formular questões e procurar uma resposta tanto quanto possível, fundamentada e rigorosa (PONTE et. al, 2001 *apud* PONTE J. P.; ROCHA, 2006).

Nas palavras de Ponte e Rocha (2006), Investigar envolve formular questões, propor conjecturas, realizar testes para validar ou rejeitar essas conjecturas, avaliar da sua plausibilidade, encontrar provas da sua correção e levantar novas questões para investigar.

Segundo Goldenberg (1999) há quatro tipos de investigação que envolvem: **Explorar** a fim de criar um cenário para o trabalho posterior e a desenvolver um “sentido” do território; **Descobrir**, ou seja, conduzir os alunos à descoberta de uma ideia ou

fatos matemáticos muito específicos; **Pôr em questão** as ideias matemáticas que os alunos tenham já trabalhado parcialmente, para rever, apurar ou aprofundar essas ideias ou para relacioná-las com outras ideias; **Ensinar o aluno a investigar** constitui um saber fundamental por si próprio.

Ainda, conforme salienta o autor:

[...] se um dos objetivos da educação matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descobrem fatos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma atividade: descobrir os fatos. Não podemos apresentar fatos e pôr os alunos simplesmente a aplicá-los ou a prová-los; assim como não podemos explicar técnicas e fazer com que os alunos se limitem a executá-las. O objetivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso têm que fazer investigação. (GOLDBERG, 1999, p. 37)

Neste sentido, cabe ao professor levar para a sala de aula atividades investigativas que faça o aluno interagir com esse método de aprendizagem, tornando-se um investigador em Matemática e em sua própria vida.

Aula investigativa

As aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permitam a eles realizarem atividade Matemática (CRISTÓVÃO, 2007).

Na aula investigativa não se pode nem se pretende planejar os caminhos que os alunos vão seguir, mas pode planejar-se o tipo de trabalho a desenvolver: que os alunos discutam com os colegas, se envolvam em atividade de descoberta e encontrem os seus próprios caminhos experimentando, conjecturando (TUDELLA et. al, 1999, p. 1).

As atividades investigativas levam os alunos à construção de novas ideias matemáticas (conceitos, procedimentos, estratégias), a aperceber-se da necessidade de uma prova Matemática, e a uma visão da Matemática mais centrada na resolução de problemas e no raciocínio (e menos no cálculo e na memorização) é necessária uma experiência mais continuada e aprofundada, recorrendo eventualmente a uma maior diversidade de tarefas (PONTE; ROCHA, 2006, pg. 52).

Uma atividade de investigação para todos os alunos tem que levar em conta a sua realidade cognitiva e cultural, de modo a despertar-lhes a curiosidade e o entusiasmo, proporcionando-lhes experiências diversificadas e desafiantes, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições, (TUDELLA et. al, 1999, p. 02).

Nas atividades dos alunos, eles devem ser estimulados a confrontar suas opiniões, isto é essencial para apurar significados ou determinar caminhos a seguir, bem como o incentivo ao sentido crítico, à reflexão e à argumentação trabalhando em cima das informações pertinentes e dos erros (TUDELLA ET. AL, 1999).

Estrutura de uma aula com investigação

A estrutura de uma aula com investigação, conforme Tudella et. al (1999), consiste nas seguintes fases:

Introdução da tarefa que pode acontecer de diversos modos, como distribuição do enunciado escrito complementado por uma apresentação oral para toda a turma ou poderá ser constituída por uma leitura em grande grupo, pensando principalmente em níveis etários mais baixos. E acompanhada por um ou outro comentário que o professor considere pertinente, ou por questões chave, cujas respostas revelem se os alunos estão, ou não, a entender a proposta;

Desenvolvimento da tarefa deve privilegiar-se o desenvolvimento de atitudes questionadoras, a observação e análise de situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações

e de argumentações, onde a criatividade e o desenvolvimento de ideias próprias têm um papel muito importante;

Discussão final proporciona aos alunos momentos onde possam pensar e, sobretudo refletir sobre a atividade realizada, compreendendo melhor o significado de uma investigação Matemática.

Ainda segundo as autoras, durante a fase de discussão o professor, na sua função de moderador e orientador, cabe-lhe estimular a comunicação entre os alunos (grupos de trabalho), confrontando-os com a necessidade de explicitarem as suas ideias, encorajando-os a apresentarem argumentos em defesa das suas afirmações e incentivando-os a questionarem-se mutuamente.

Professor e aluno em aulas investigativas

De acordo com Ponte e Rocha (2006, p.34) a realização de investigações parece proporcionar uma oportunidade para os alunos usarem e consolidarem os seus conhecimentos matemáticos, desenvolverem as suas capacidades e efetuarem novas aprendizagens.

Conforme Tudella et. al (1999) é principalmente através das intervenções do professor que se torna mais claro para o aluno aquilo que se pretende realmente que ele faça neste tipo de propostas, porém o professor deve evitar emitir opiniões muito concretas.

Se os alunos solicitarem o professor para que esclareça as dúvidas ligadas a conceitos, cabe a ele validar o trabalho realizado, apoiar ideias e arbitrar conflito (TUDELLA, et. al, 1999).

Tudella (1999, p. 08) diz que:

A interação aluno-aluno tende ser muito mais forte numa aula com investigações. Esta interação estimula os alunos a descobrir novas relações entre conceitos, lhe proporcionado mais segurança nas suas ideias matemáticas. Por outro lado, estimula o raciocínio, a criatividade e o poder de argumentação.

Na aplicação da tarefa o professor deve levar em conta todos os fatores, que ajudarão ou atrapalharão a aula de investigações e, o mais importante da tarefa é incentivar o aluno a colocar suas próprias questões, desenvolvendo-o em vários aspectos.

Contexto da aplicação da tarefa

A tarefa foi aplicada em um Colégio Estadual do Município de Campo Mourão – Paraná, em uma turma do 4º ano do curso técnico. A escola é grande e comporta muitos alunos e funcionários.

A turma possui idade entre 17 e 19 anos, com o total de 17 alunos. Era uma turma que estava muito ansiosa para passar no vestibular, por isso havia muitas conversas, mas concluíam todas as atividades aplicadas, também era uma turma participativa nas atividades e que gostavam de resolver as tarefas no quadro.

Houve um grande acolhimento por parte da turma, deixando-nos à vontade para realizar as observações e aplicar a tarefa. No momento da realização da tarefa os alunos sentaram em dupla e em seguida foi entregue um espelho 10 x 15 e a tarefa.

Em sequência, foi explicado o que é eixo de simetria, mostradas algumas marcas de automóveis e perguntado quais marcas possuíam eixo de simetria e a quantidade. Na aplicação da tarefa a maior parte dos alunos teve uma grande facilidade em compreendê-la, pelo fato de estarem cursando o último ano, por isso todos os exercícios foram respondidos.

Aplicação da tarefa

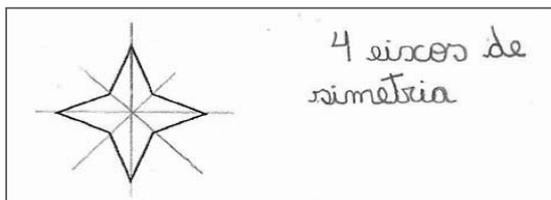
Foi trabalhado com a tarefa Investigações com Espelho I e analisadas as respostas de quatro duplas. Como veremos a seguir:

Com ajuda de um espelho, faz as seguintes investigações:

1. Observe a estrela desenhada e descubra quantos eixos de simetria possui.

Grupo 1, 2, 3 e 4

Figura 1 - Solução apresentada pelo Grupo 2



Primeiramente, alguns grupos pensaram que a estrela continha somente dois eixos e perguntaram para professora, que respondeu, “Coloque o espelho no centro da figura e gire até voltar no ponto de partida, verificando se há mais eixos”. Fazendo isso os alunos encontraram os 4 eixos de simetria. Portanto, todos os grupos conseguiram acertar o número de eixos de simetria que contém na estrela.

2. A seguir estão desenhados alguns polígonos regulares.
a) Descubra e registre todos os eixos de simetria de cada polígono.

Grupo 1, 2, 3 e 4

Figura 2 - Solução apresentada pelo Grupo 2

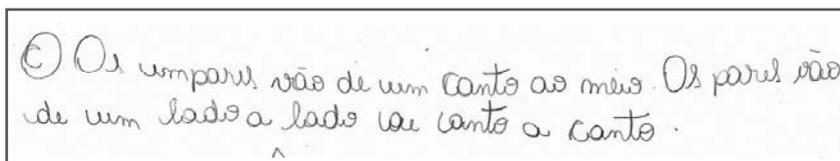
Nº de lados do polígono regular	3	4	5	6	7	8	...	n
Nº de eixos de simetria	3	4	5	6	7	8	...	n

Apesar da resposta deste grupo estar com uma difícil compreensão entre as palavras, eles chegaram à conclusão correta.

Após esta etapa, foi formalizado para os alunos que quando um polígono for ímpar o número de vértices (lados) é igual ao de eixos de simetria, ou seja, n , pois há um eixo passando por cada vértice e pelo meio de um lado (lado oposto ao vértice). Já se for par há $n/2$ eixos unindo vértices opostos e $n/2$ eixos unindo lados opostos, logo também há n eixos. Por isso, na tabela percebemos que o número de lados é igual ao número de eixos de simetria.

c) Explique em cada um dos polígonos regulares como são os eixos de simetria em relação aos vértices e os lados? (Por onde passam os eixos?).

Figura 6 - Solução apresentada pelo Grupo 1

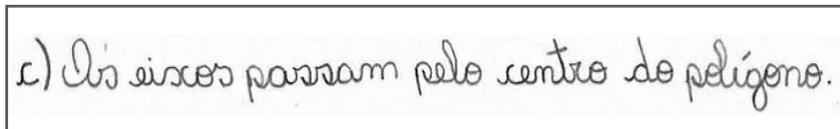


c) Os impares vão de um canto ao meio. Os pares vão de um lado a lado ou canto a canto.

Houve a troca da palavra meio por lado, e canto por vértice, porém a resposta tem uma conclusão correta.

Grupo 2

Figura 7 - Solução apresentada pelo Grupo 2

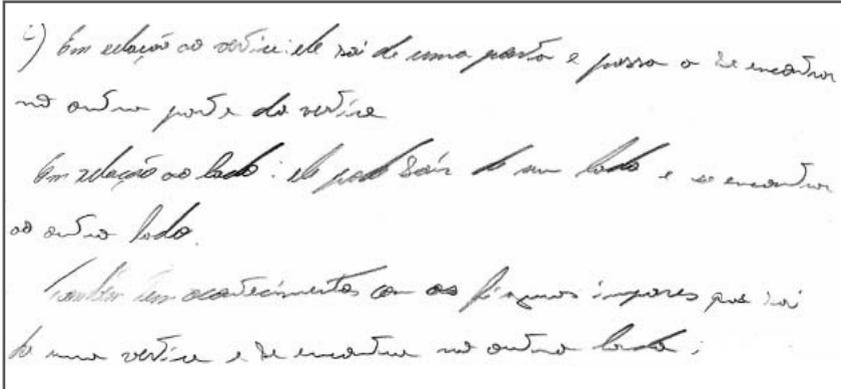


c) Os eixos passam pelo centro do polígono.

Este grupo não respondeu qual a relação que existe entre vértice e lado, logo a resposta está incompleta.

Grupo 3

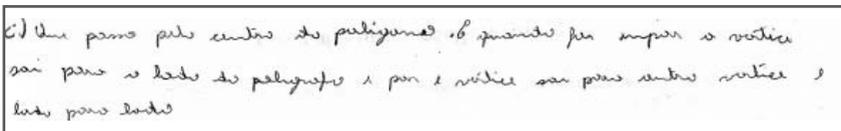
Figura 8 - Solução apresentada pelo Grupo 3



Percebemos uma grande compreensão deste grupo, porém apresenta confusão na interpretação da palavra vértice, pois vértice é o nome dado ao ponto comum entre os lados consecutivos de uma figura geométrica.

Grupo 4

Figura 9 - Solução apresentada pelo Grupo 4

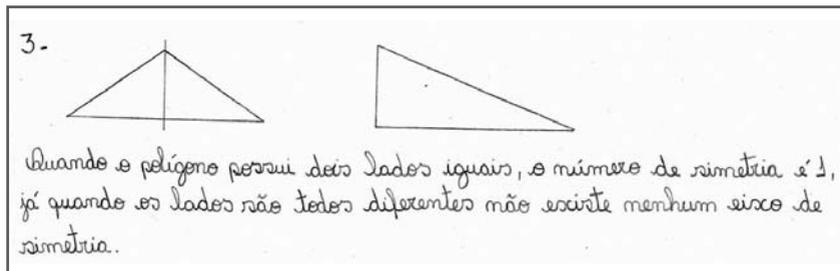


A resposta está correta, no entanto apresenta falta de coesão.

3. Vimos na questão anterior quantos eixos de simetria possui um triângulo equilátero. Experimente agora para outros tipos de triângulos e escreva as suas conclusões acerca do número de eixos de simetria de cada um deles.

Grupo 1, 2 e 3

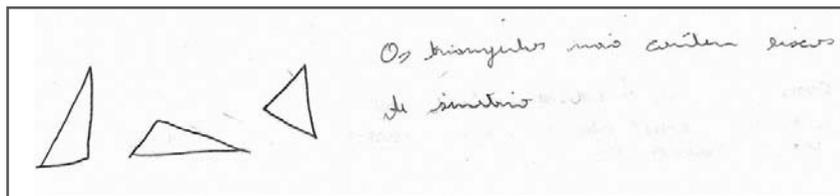
Figura 10 - Solução apresentada pelo Grupo 2



Os grupos 1, 2 e 3 analisaram os triângulos isósceles e retângulo e responderam corretamente sobre o número de eixos de simetria.

Grupo 4

Figura 11 - Solução apresentada pelo Grupo 4

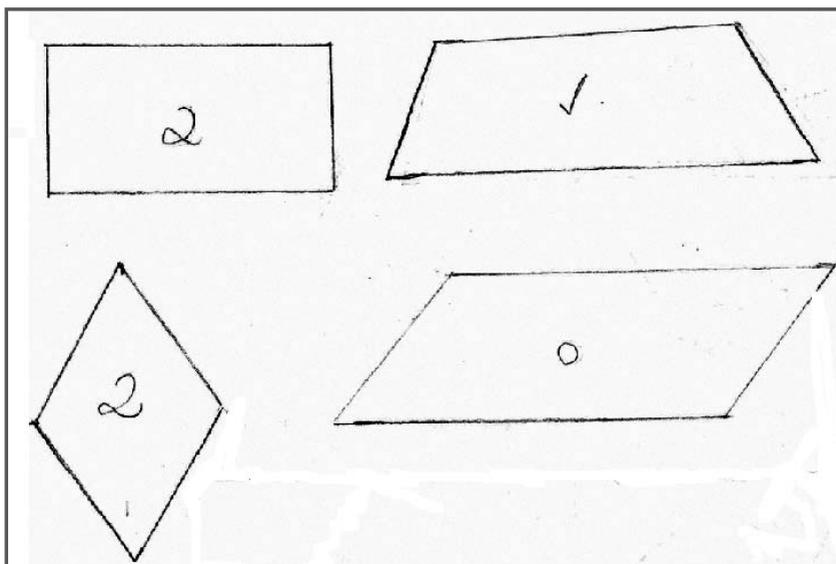


Desenharam algumas representações de triângulo escaleno e perceberam que os mesmos não possuem eixo de simetria.

4. Existem muitos quadriláteros. Descubra quantos eixos de simetria em cada um deles e faça um esboço.

Grupo 1

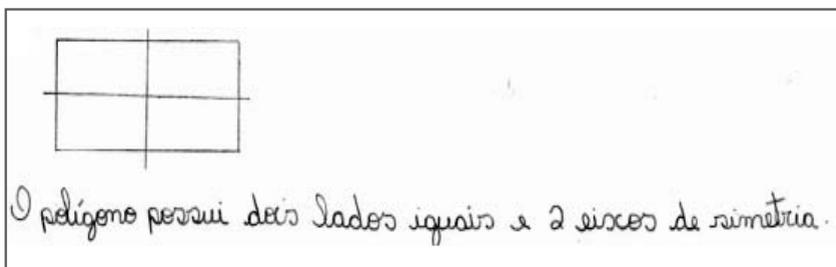
Figura 12 - Solução apresentada pelo Grupo 1



Perceberam que no retângulo há dois eixos de simetria. O trapézio possui um eixo de simetria. O losango possui dois eixos de simetria. E o paralelogramo não possui eixo de simetria.

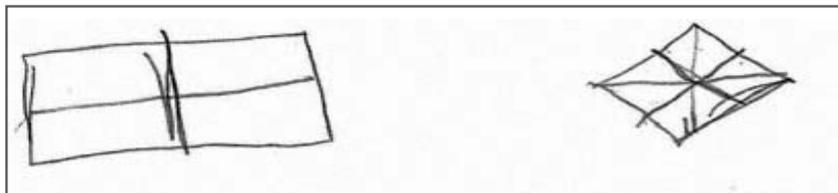
Grupo 2 e 3

Figura 13 - Solução apresentada pelo Grupo 2



Os grupos 2 e 3 responderam corretamente, porém se limitaram somente em um quadrilátero. Apresentando não conhecer outros quadriláteros.

Figura 14 - Solução apresentada pelo Grupo 4

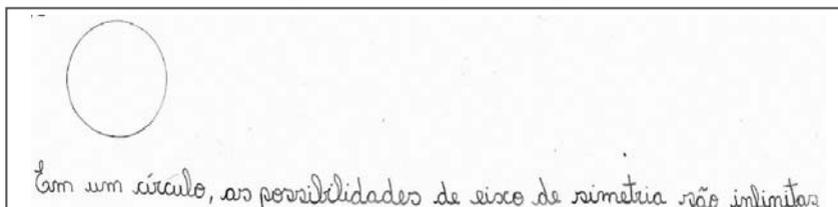


A análise deste grupo está correta: um retângulo possui dois eixos de simetria e o losango com quatro lados iguais possui quatro eixos de simetria.

5. Quantos eixos de simetria tem em um círculo?

Grupo 1, 2 e 3

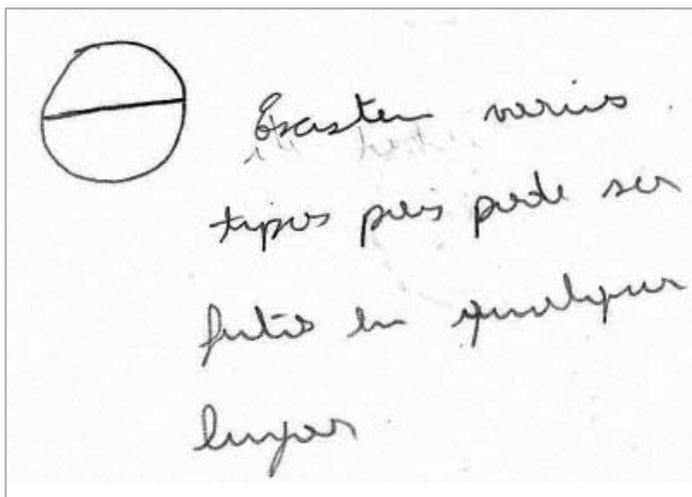
Figura 15 - Solução apresentada pelo Grupo 2



Os grupos 1, 2 e 3 com base no espelho responderam corretamente.

Grupo 4

Figura 16 - Solução apresentada pelo Grupo 4



Percebemos que o grupo quatro não possui a ideia de infinito.

Considerações finais

Por meio da tarefa investigativa desenvolvida foi possível analisar que os alunos não estavam habituados em resolver tarefas que exijam pensar sobre vários conhecimentos e a construir o seu próprio conhecimento. Nessa tarefa, os alunos deveriam apresentar conhecimentos acerca de simetria, polígonos regulares, triângulos, quadriláteros e círculo.

Muitos alunos perguntaram quais eram os triângulos e os quadriláteros que eles deveriam representar, mostrando não lembrar quais são os existentes. Sendo assim os alunos solicitavam a intervenção do professor, o qual respondeu que discutissem, pensassem e respondessem em grupo o que sabiam.

Percebemos na sala que alguns alunos apresentam dificuldades na escrita, e de expressar a linguagem oral, fazendo com que a compressão da análise da tarefa fosse de difícil entendimento. As tarefas investigativas fazem o aluno não pensar em uma Matemática exata, mas sim em uma Matemática que pode ser explorada de uma maneira livre, sem procedimentos.

O PIBID proporcionou por meio desta experiência o contato com a metodologia chamada Investigação, que contribui de forma significativa para o ensino e aprendizagem da Matemática aos alunos, bem como o contato com a sala de aula. Portanto, o ambiente escolar terá mais profissionais preparados, para desenvolver um trabalho com bases sólidas e seguras.

Referências

CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Investigações matemáticas na recuperação de Ciclo II e o desafio da inclusão escolar**. Campinas, SP. 2007.

GOLDENBERG, E. Paul. **Quatro funções da investigação na aula de matemática**. Education Development Center, EUA. 1999.

PONTE, João Pedro; ROCHA, Alexandra. Aprender matemática investigando. **ZETETIKE**, Cempem – FE – Unicamp-v.14 – n.26-jul/dez – 2006.

TUDELLA, Ana... [et al.]. **Dinâmica de uma Aula com Investigações**. 1999.

Investigar: descobrir a prática por trás da teoria

*Isadora Cristina Molina Oliveira
Luis Henrique Baltazar*

Introdução

A busca pelo saber vem desde os primórdios, e pelo aprender diferenciadamente vem ganhando espaço tanto em pesquisas quanto realmente dentro de sala de aula. A partir de encontros do projeto PIBID/FECILCAM⁹, fornecidos pela CAPES¹⁰ em apoio com a Universidade Estadual do Paraná- UNESPAR, conhecida também como FECILCAM, foram proporcionados a “diferença¹¹”, entender e explicar de uma forma não “regular¹²”, de uma

9 Universidade Estadual do Paraná- UNESPAR antiga FECILCAM – Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão.

10 Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

11 Outros métodos de ensino aprendizagem como: resolução de tarefas, tarefas investigativas, modelagem, etc..

12 O não regular seria de uma forma mais dinâmica, o regular é um dos métodos necessários para o ensino nas escolas, já que há um planejamento a ser seguido, o não

maneira que não seria usada usualmente dentro de uma sala de aula, em uma aula considerada regular.

Segundo o *site*¹³ da CAPES o PIBID é um programa de iniciação à docência, os participantes são alunos dos cursos de Licenciatura que, inseridos no cotidiano de escolas da rede pública, planejam e participam de experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar, e que buscam a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem. Os encontros são semanais, e proporcionados na universidade em uma sala .

O trabalho referido sempre tem como objetivo formas diferentes de ensino-aprendizagem, como resolução de problemas, tarefas investigativas, entre outras.

Dando ênfase às Tarefas Investigativas, tema central do trabalho, podemos dizer que é uma forma clara e prática de trazer a diferença dos modos de agir e resolver problemas propostos, onde o aluno acaba sendo sua própria fonte Matemática.

É evidente que a Matemática faz parte da vida do ser humano. Tudo que se observa, sendo ele reproduzido ou não pelo ser humano, tem algo ou é por completo uma invenção Matemática. Este aprendizado vem desde o primeiro passo, do primeiro ano em que passa pela escola, na extensão da Educação Básica, Fundamental, Média e ampliado assim com o Ensino Superior, que no qual ajuda a entender o ser humano em seu dia a dia por conta de seus conteúdos.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23, apud. Déchen e Passos, 2006, p. 6):

O conceito de investigação , como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na

regular, vem como auxiliar, uma porta de escape entre a rotina e o aprendizado.

13 <http://www..ufrn.br/>

realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.”

Segundo Tudella *et al* (1999, p.2) “uma vez que se pode criar assim o ambiente propício à troca de ideias, confronto de opiniões e argumentos, onde o receio de “arriscar” conjecturas é relativamente reduzido”.

Para que esse conceito se “distribua” de uma forma uniforme, de uma forma completa o cenário deve ser acolhedor, não com aquele intuito de julgar, mas sim, de mostrar que tudo que for encontrado suprimindo ou não as expectativas são passos importantes para o aprendizado.

Esse ambiente, “cenário” (termo usado por Skovsmose (2008), traduzido por Jonei C. Barbosa) de “conforto”, de segurança é necessariamente importante para um bom andamento e rendimento tanto da aula quanto do aluno, que é o ponto central desse ensino-aprendizado.

Fundamentação teórica

Como indica Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.10) investigar é formular questões e procurar uma resposta tanto quanto possível, fundamentada e rigorosa. Para estes autores, o que mais caracteriza as Investigações Matemáticas é o seu “estilo de conjectura-teste demonstração”

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.09)

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento [como fazem os matemáticos]. Significa, tão-só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso.

Com base nesses textos, investigação não é jogar alguns problemas em sala de aula e orientar o aluno, é passar uma atividade e lhe dar o caminho inicial ou aceitar o que ele mesmo fornecer, se vier ao caso, mas deixar que ele mesmo desenvolva o seu modo de trabalho, criando outros problemas para assim investigar sua atividade.

Mas quando é atividade ou tarefa?

Em Castro (2003, p.70 *apud* Cristóvão, 2007, p.47), cita-se a diferença entre tarefas e atividades:

As **tarefas** matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, investigações, exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. – proporcionam ponto de partida para o desenvolvimento de sua atividade matemática [...]

A **atividade**, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação [...].

O que é uma atividade de investigação em Matemática?

“Começa com uma dúvida, com uma pista, ideia, depois depende apenas do aluno o trabalho, como se fosse um detetive. Mas como começar? O que acontece se eu tiver essa posição diante este fato? Ou se eu fizer isto ou aquilo? Como qualquer trabalho o aluno/ detetive encontrará dificuldades, suposições erradas, pistas que podem não acarretar em nada. Não há momentos para desânimo, se desta vez a ideia obtida não houve espaço, talvez em outro momento seja a forma correta. De qualquer maneira você é o detetive, a escola é sua.” (texto base e adaptado de “Viva a Matemática!” de N. Langdon e C. Snape, ed. Gradiva).

Conforme nos mostra o texto citado, investigação é uma atividade gostosa e proveitosa de se realizar, pois nunca se tem

o limite de opções para se achar, é uma atividade cheia de mistérios, onde você sabe como iniciar, porém não sabe como poderá terminar.

Segundo afirma Brocardo (2002, p. 560), os alunos ao final do ano, “consideram que podem investigar e descobrir relações em Matemática e mostram uma clara preferência por um processo de aprendizagem em que participam ativamente”.

Segundo Ernest (1996, p. 31):

A resolução de problemas e as investigações como métodos de ensino requerem que se considere o contexto social da turma e as suas relações de poder. A resolução de problemas permite ao aluno aplicar a sua aprendizagem criativamente, numa nova situação, mas o professor ainda mantém muito do seu controle sobre o conteúdo e o modo de ensinar. Se a abordagem investigativa é adaptada de modo a permitir ao aluno a formulação de problemas e questões para investigação de modo relativamente livre, torna-se emancipadora.

Com base em Enerst (1996), a investigação, tira um pouco o controle do conteúdo, do professor, dando ao aluno uma maior autonomia, podendo assim trabalhar a atividade da maneira que achar melhor, descobrindo caminhos novos e grande parte das vezes nunca trabalhados pelo aluno.

E para realizar esse tipo de atividade precisamos de um palco, ou melhor, um cenário e segundo Skovsmose (2000), “Chamo de cenário para investigação um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação.”

Skovsmose (2000) também diz que,

Um cenário de investigação “é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar informações. [...] O cenário somente se torna cenário para investigação se os alunos aceitam o convite. Ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional. A aceitação do convite depende da sua natureza (a possibilidade de explorar e explicar

propriedades matemáticas de uma tabela de números pode não ser atrativa para muitos alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras, e, para alguns alunos, um convite do professor pode soar como um comando) e depende, certamente, dos alunos (no momento eles podem ter outras prioridades).

Contexto de aplicação de tarefa

A escola onde foi aplicada a tarefa é uma escola estadual da cidade de Campo Mourão, Paraná, de nível fundamental e médio. O meio em que passamos essas semanas, até e após a aplicação da tarefa, foi bem receptivo, tanto estrutura quanto material, profissional e pessoal era o esperado. Tudo o que era preciso foi atendido, principalmente vindo do professor/supervisor que nos auxiliou nos dias em que estivemos na escola.

A turma que foi escolhida para a aplicação da tarefa foi estipulada por um dos supervisores do projeto, onde o mesmo ministra as aulas de Matemática. Era um segundo ano do Ensino Médio, que juntamente com o ensino regular, cursava o Técnico em Administração. Desde o início houve o alerta quanto ao comportamento da turma, que poderia não ocorrer tudo como esperado, já que havia muita falta de interesse na matéria, e havia também muita conversa “paralela”.

No primeiro dia de aula na turma, não houve interesse deles em saber quem éramos e o que estávamos fazendo ali, houve as apresentações e explicações sobre o que era o PIBID, e o que faríamos ao decorrer das aulas, e que primeiramente estávamos lá com o intuito de observar, conhecer, e auxiliar em dúvidas que poderiam existir no decorrer da aula.

Foi observada a turma durante alguns dias, seu jeito de agir, quais seriam as “panelinhas”, e como poderíamos mudar a visão deles sobre a Matemática. A primeira impressão foi a que esperávamos, já que nos haviam alertado. Havia conversas paralelas, desinteresse, mas não com todos os alunos. Observamos tam-

bém certo cansaço de alguns alunos devido ao trabalho/emprego deles. Mas o ponto alto da falta de atenção foi o celular, pois eles estão fazendo uso da tecnologia em excesso, muitas vezes, ou na maioria das vezes, o que mais atrapalhou a aula e o rendimento da mesma foi o uso do celular.

A tarefa foi aplicada no terceiro dia de “observação”, explicamos o que era a tarefa que iríamos aplicar, o porquê, e como ela iria ser feita. No decorrer da tarefa houve pouco interesse de determinados grupos, houve também muita dúvida no que estava sendo solicitado. O que mais se pode observar foi que como não valia “nota” o interesse diminuiu significativamente, os alunos não mostraram muito entusiasmo com as aulas e com o que estava sendo proposto. Houve um desconforto deles com a gente, não sei se por sermos novos, ou por eles não quererem pessoas diferentes em suas rotinas.

Relato de experiência

Chegamos à escola onde aplicaríamos o projeto por volta das nove horas da manhã, esperamos como de costume que o sinal tocasse para irmos ao encontro do professor/supervisor da sala onde aplicaríamos a tarefa. Por volta das 09h10min, já tudo combinado com o nosso supervisor que aplicaríamos a tarefa naquela data, entramos na sala e como de costume esperamos que os alunos chegassem. Pois os alunos possuem o hábito de ao bater o sinal, para a troca de professores, eles saírem para beber água e conversar do lado de fora da sala, o que demora entre 5 a 10 minutos. Ao chegarem todos, conversamos com eles e repetimos o que era o projeto PIBID, o que iríamos fazer ali, e falamos sobre a tarefa, explicamos que ela funcionaria em duas fases. A primeira fase seria a hora deles resolverem, não haveria a resposta dada por nós e sim as repostas encontradas por eles, e o segundo momento seria o “bate papo” sobre o que foi encontrado, como foi o caminho usado para que chegassem à resposta, seria a hora deles irem para o quadro e explicarem. Após essa conversa

pedimos para que se reunissem em pequenos grupos de 2 a 3 alunos, pois haveria assim uma troca de ideias sobre o assunto que iria ser abordado.

Quando todos já estavam em grupos, lhe entregamos as folhas com a tarefa:

Figura 1 - Tarefa apresentada aos alunos que participaram da realização da tarefa investigativa.

The image shows a worksheet with the following content:

MATEMÁTICA PARA TODOS
investigações na sala de aula

5. Somando números consecutivos

Repare que os números abaixo, podem ser escritos com soma de números inteiros consecutivos:

$$6 = 1 + 2 + 3$$
$$9 = 4 + 5$$
$$14 = 2 + 3 + 4 + 5$$

INVESTIGUE:

- É possível escrever qualquer número inteiro, usando a soma de números consecutivos?
- Quais dos números, que você pode dizer, com segurança, que tem essa propriedade?

¹Adaptado de MATEMÁTICA PARA TODOS / investigações de sala de aula, Projeto "Explorar e Investigar para Aprender Matemática", originalmente Português (Portugal) traduzido para Português (Brasil).

Lemos junto com eles, e aos poucos fomos tentando fazê-los entender o que se pedia na tarefa, embora com várias conversas e explicações alguns entenderam e outros ainda possuíam dúvidas sobre o tema. Foram comunicados que teriam 50 minutos para a resolução da tarefa, e que se houvesse qualquer dúvida poderiam nos chamar que iríamos nas carteiras.

Não demorou muito e logo fomos chamados em algumas carteiras, explicamos novamente e de formas variadas o que estava sendo pedido, muitos ainda tinham um ponto de interrogação meio aparente em seus rostos, mas outros já começavam a pegar o fio da meada, assim ajudando os que não haviam entendido.

Estávamos começando a questionar a nós mesmos o porquê tantos grupos não nos chamaram, ou questionavam suas dúvidas ou por que eles não pegavam nenhum material para a resolução das questões existentes na tarefa. Após algum tempo observando, vimos que talvez não fossemos nós, mas eles que não estavam com vontade de entender a tarefa e tão pouco de resolvê-la.

Porém, alguns alunos ainda se preocupavam em fazê-la e procurar as respostas para a tarefa, passávamos pelas carteiras dos grupos para ver como estavam indo, muitos mostravam com orgulho o que estavam encontrando, outros meio incrédulos preferiram aguardar até a segunda fase. Tínhamos duas aulas para aplicação, porém elas eram divididas pelo intervalo, o que atrapalhava um pouco o andamento da tarefa.

Após uma aula inteira (50 minutos é o tempo de uma aula no colégio em que aplicamos a tarefa) e o intervalo, demos alguns minutinhos para finalizarem suas ideias para prosseguirmos com a segunda fase. Lemos novamente, agora pausadamente as questões. Após a leitura pela primeira questão, resolvemos pedir para que nomeassem um “líder” que viesse ao quadro mostrar a todos o que conseguiram encontrar, muitos ficaram relutantes devido à vergonha de falar em público, muitos devido ao fato de não terem feito nada, alguns grupos mesmo com nossa insistência resolveram não mostrar o que haviam encontrado. Então nomeamos os líderes, pedimos aos grupos para que viessem ao quadro, assim, grupo por grupo foi ao quadro e levou suas descobertas. Enquanto os grupos passavam o que acharam a todos, os grupos que haviam tido vergonha por não terem feito, copiavam o que o colega encontrou, e assim vários grupos tiveram respostas como “sim”, “porque sim”, e números copiados do colega de sala que havia mostrado a todos.

A primeira questão em geral foi bem resolvida, mesmo observando que vários copiaram uns dos outros, ou as explicações de forma não muito convictas.

Mostraremos a seguir algumas resoluções e explicações sobre a questão de número um.

Figura 2 - Resposta referente ao aluno A1.

• É possível escrever qualquer numero inteiro, usando a soma de números consecutivos? *sim*

Explicação: “A professora, porque sim ... acho que todos.”
 “Mas porque você acha que todos? Você fez contas? (Henrique)
 “Algumas, mas eu acho que são todos.”

Muitos dos alunos obtiveram a mesma resposta do aluno A1, sem muito o que explicar sobre ela também.

Figura 3 - Resolução apresentada pelo aluno A2.

$4 = -3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4$

$-20 = -20 - 19 \dots \dots 0 + 1 + 2 \dots \dots + 19 = -20$

Podemos usar o primeiro sistema para achar todos os positivos e o segundo para achar os negativos

O aluno explicou como encontrou seu resultado, dividiu suas respostas em “sistemas”, porém como podemos perceber, houve uma dificuldade de entender que o zero fazia parte da soma, sendo ele um número pertencente à sequência.

Figura 4 - Resolução apresentada pela aluna B1.

1- Sim, pois podemos ~~usar~~^{utilizar} os números positivos e negativos para dar um número inteiro

ex: $5 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3$
 $7 = 3 + 4$

Figura 5 - Resolução apresentada pelo aluno B2.

Sim, porque podemos usar os números negativos e positivos para o resultado procurado, tipo de infinito negativo a infinito até por isso eu acho que é assim.

$-2 - 1 - 0 + 1 + 2 + 3$

As resoluções apresentadas pelos alunos B1 e B2, usam o mesmo caminho de pensamento, onde com a soma se obteria qualquer número inteiro.

Figura 6 - Resultado apresentado pelo aluno C1.

9 qualquer não é possível de formar com números positivos.

9 é não é possível formar a partir de sequências de números.

9 é possível formar a partir de sequências de números.

15 não é possível formar a partir de sequências de números.

O aluno apresentou 3 números onde afirma não ser possível formá-los com a soma de números inteiros consecutivos, pedimos para que ele explicasse o porquê de sua resposta, ele nos disse que usou números apenas positivos, e que com os mesmos não conseguiríamos encontrar os números por ele citado. Quando observado que o aluno apenas havia usado números inteiros positivos, fizemos o questionamento se os números inteiros negativos não faziam parte dos números inteiros. O aluno, meio sem jeito, disse que sim, que não havia pensado neles, mas que poderiam sim ser usados.

Depois das resoluções apresentadas sobre a primeira questão, foi vez de lermos juntos a segunda questão.

Após a leitura houve um silêncio “mortal”, perguntamos quem havia feito e ninguém respondeu, olhamos meio sem acreditar muito nos alunos, pensando que estavam apenas envergonhados novamente, ou coisa parecida. Ao aproximarmos deles vimos que realmente não haviam feito, alguns tinham a resposta similar com a primeira, outros apenas um espaço vazio, observamos também que muitas das respostas da primeira questão haviam sido copiadas fielmente do quadro.

Muitos que haviam feito parecido com a primeira trouxeram o que encontraram no quadro, porém era basicamente a resposta da primeira questão. Ficamos nos perguntando então o que havíamos errado na explicação, pois quem não havia entendido a questão tinham perguntado, e basicamente todos que queriam realmente fazer, perguntaram sobre as questões.

Figura 7 - Resolução apresentada pela aluna C4, sobre a questão 2

2 - os números 11, 12, 27 etc. são números não inteiros e somados em números consecutivos.

$$11 = 5 + 6$$

$$12 = 3 + 4 + 5$$

$$27 = 8 + 9 + 10$$

Ela apresentou as contas, porém não houve uma explicação.

Eles não haviam pensado da forma que queríamos, que esperávamos que acontecesse, . Pensávamos que achariam algumas curiosidades sobre as somas, que foi o que deixamos a entender quando nos perguntavam sobre a segunda questão, poderia não estar explícito, mas ao dizer em quais números tal coisa aconteceria e se poderia se repetir o modo com outros números era uma das colocações que esperávamos ouvir, mas nada aconteceu, apenas o silêncio.

Não sabíamos ao certo se havíamos errado, mas percebíamos que não havia o interesse completo na tarefa, se fôssemos colocar em porcentagem havia cerca de 30% de interesse sobre a tarefa. Ao percebermos que talvez a culpa não fosse nossa, e sim desse desinteresse de pensar sem darmos a resposta, pois muitos reclamaram por ter que realmente pensar para responder não darmos as respostas quando queriam e como queriam, ou por terem sentado, talvez, com os amigos e acabaram apenas por conversarem assuntos que não estavam relacionados com a tarefa, por ficarem mexendo no celular mesmo pedindo para eles desligarem, ficamos muito desapontados da maneira como agiram e estamparam isso em seus rostos, marcaram sua falta de vontade em todas as folhas ao copiar tudo uns dos outros.

Ficamos decepcionados, pois entramos acreditando que daria certo e estávamos animados com a ideia de que eles gostariam e participariam, mas infelizmente não ocorreu como o desejado, isso nos ensinou muito, aprendemos que nem sempre ocorre como prevemos. Sempre ouvíamos nosso coordenador falar que, às vezes, poderia ocorrer isso, nunca pensávamos que poderia ser com a gente, pensávamos ser imunes , e quando fomos afetados descobrimos que por mais interessante que a tarefa possa ser para nós (acadêmicos, professores), os alunos podem não achar o mesmo. Assim descobrimos que conhecer melhor a turma pode ser uma grande ajuda na hora de escolher a tarefa, pois você já sabe como poderão reagir e como motivá-los.

Pensávamos que a tarefa escolhida poderia ser aceita pelos alunos, porém não foi bem como esperado, portanto, conhecer a turma que vai aplicar é de grande importância, pois, além de conhecê-los e eles lhe conhecerem, a relação aluno professor será de grande ajuda no momento de incitá-los a procurar, a descobrir e a questionar a si mesmos sobre o porquê? Como? Ok! De onde vem isso? São perguntas que ao serem feitas abrem portas para se aprender e descobrir caminhos para a resolução da tarefa.

Embora todo o ocorrido, nos sentimos gratos e satisfeitos com essa nova experiência em nossa vida, pois estaremos mais bem preparados para futuros acontecimentos parecidos com esse, pois, por mais parecido, nunca são iguais.

Sempre há uma variável no meio que muda todo o modo como se sucede a aplicação da tarefa e essas variáveis que são importantes, pois a cada variável que encontramos chegamos mais perto de resolver a equação final que nos ajudara a motivar nossos alunos, a incitar a vontade do saber, a questionar sempre e a descobrir sempre novas maneiras de solucionar um mesmo problema.

Considerações finais

Nesse relato, utilizamos da Tarefa Investigativa como método de ensino de aprendizagem para aplicarmos em alunos do Ensino Médio. Tínhamos como objeto mostrar como esse recurso de ensino pode nos auxiliar no ensino da Matemática, a forma como encaminhamos a aula, propondo uma nova experiência aos alunos, pois não se tinha o hábito de explorar todas as dúvidas que surgiam, muitas vezes por questão de tempo.

Tivemos vários aprendizados, essa experiência por qual passamos nos mostrou a grande diferença da prática para a teoria, enquanto ficávamos lendo e pensando como seria a aplicação da tarefa, se os alunos gostariam, se participariam, e até se iam interagir conosco, e embora tivéssemos tido essa tarefa dentro de um encontro nosso do PIBID, e já tivéssemos tido uma

primeira impressão de como poderia ocorrer, vemos que não é nada similar. E que isso embora tenha em primeiro momento nos deixado desapontados, nos mostrou que estávamos um pouco despreparados quando a aplicação da tarefa ocorreu totalmente fora do esperado, mas agradecemos muito a nosso coordenador que apaziguou nossas mentes, contando que realmente não é tão estranho ocorrer isso, e que não seria a primeira e nem a última em nossas vidas acadêmicas.

Também agradecemos ao colégio pela recepção, por nos ceder o espaço e nos dar essa oportunidade de aplicarmos a tarefa e adquirir assim mais uma bagagem para nossa carreira acadêmica, e também agradecemos ao PIBID, o qual nos dá essa oportunidade de vivenciar uma realidade de ser professor, de estar em sala de aula, antes mesmo do estágio, porque normalmente teríamos essa vivência no estágio e depois de nos graduarmos, porém o PIBID nos oferece isso desde o primeiro ano da faculdade.

Referências

BROCARD, J. As investigações na sala de aula de matemática: Um projecto curricular no 8.º ano (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM. (disponível em <http://ia.fc.ul.pt>), 2002.

ERNEST, P. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: **Investigar para aprender matemática** (textos selecionados). ABRANTES, P; LEAL, L.C. & PONTE, J.P. Edição: Grupo “Matemática Para Todos – investigações na sala de aula”. Portugal, 1996. p. 25-48.

FREITAS, M.T.M. A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática. Tese de Doutorado em Educação: Educação Matemática. Orientador: Dario Fiorentini. Campinas, SP: FE/Unicamp, 2006.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemáticas crítica/Ole Skovsmose**; tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa -- Campinas, SP; Papyrus, 2008 - (coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LANGDON, N., SNAPE C.. **O que é uma actividade de investigação em matemática. Texto adaptado de “Viva a matemática!”**. Ed. Gradiva. Retirado do site: Investiga e Partilha Copyright © - APM - Associação de Professores de Matemática Portugal -2001 . [Disponível em]: <http://www.apm.pt/ip/alunos/invmat2.html>

PONTE, J. P., BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

CRISTOVÃO, E. M. **INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NA RECUPERAÇÃO DE CICLO IIE O DESAFIO DA INCLUSÃO ESCOLAR**. (Dissertação De Mestrado). Universidade Estadual De Campinas. Faculdade De Educação. 2007.

TUDELLA, A.; FERREIRA, C.; BERNARDO, C.; PIRES, F.; FONSCCECA, H.; SEGURADO, I.; VARANDAS, J. **Dinâmica de uma Aula com Investigações**. 1999.

DÉCHER, T.; PASSOS, C. L. B.. **“Contribuições de Tarefas Exploratório-Investigativas com Conteúdo Algébrico para os Processos de Comunicação de Ideias e Argumentação em Aulas de Matemática”** Programa de Pós Graduação em Educação- Universidade Federal de São Carlos. [Disponível em]: <http://www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/08-04.pdf>. Acessado em 24 de julho de 2013.

Investigando a matemática por meio de hexágonos regulares

*Karina Dezilio
Suzana Domingues da Silva*

Introdução

A diferença entre nós e os alunos que se encontram sob nossa responsabilidade está apenas no fato de que nós já percorremos um trecho mais comprido da parábola da vida. (Giuseppe Peano)

É de grande importância que o professor trabalhe em sala de aula com metodologias diferentes, das quais permitem aos alunos a se interessar cada vez mais pela Matemática. De tantas metodologias destacaremos a Investigação Matemática no qual é proposto neste trabalho.

O trabalho traz uma tarefa investigativa, do banco de dados, Matemática Para Todos – investigação na sala de aula - intitula-

da “Vamos Unir Hexágonos Regulares”. Os sujeitos de pesquisa foram alunos do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública da rede estadual de ensino de Campo Mourão PR.

A tarefa escolhida para trabalharmos com a classe tinha por objetivo investigar as relações entre área e perímetro, tal conteúdo já abordado pela professora da turma. A tarefa foi aplicada no final do quarto bimestre, em uma sexta-feira, nas duas últimas aulas disponibilizadas por ela.

Para a realização desse trabalho nos apoiamos em alguns textos referentes à Investigação Matemática.

Também será apresentado o contexto da aplicação da tarefa, falaremos um pouco da escola, da professora da turma que trabalhamos e de como nos receberam. Será relatado também o comportamento da turma e de como se apresentaram no decorrer da tarefa. Depois será apresentada a produção escrita dos alunos e por fim, as considerações finais.

Aportes teóricos

Para a realização do trabalho, nos apoiamos na Investigação Matemática, uma metodologia que nos permite uma aula diferenciada, promovendo um ambiente dinâmico e descontraído.

Investigação Matemática permite ao aluno, refletir, explorar e formular novas conjecturas, fazendo assim com que o aluno possa procurar explicações na maneira com que a tarefa foi realizada. Mediante a isto Skovsmose (2008, p. 21) assinala a seguinte definição sobre o que é um cenário para a investigação:

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações [...] Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo.

Só se tem um cenário para investigação, segundo Skovsmose (2008), se os alunos aceitam o convite. Para o autor o que pode servir perfeitamente como um cenário para investigação a um grupo de alunos, pode não representar um convite para outro grupo de alunos. Diz ainda:

A aceitação do convite depende de sua natureza (a possibilidade de explorar e explicar propriedades matemáticas de uma tabela de números pode não ser atrativa para muitos alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras, e, para alguns alunos o convite do professor pode soar como um comando) e depende, certamente, dos alunos (no momento eles podem ter outras prioridades) (SKOVSMOSE, 2008, p.21).

Muitos autores que estudam sobre Investigação Matemática, afirmam que, há diferença entre tarefa e atividade. Para tanto, Castro (2004) afirma que, as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permitam a eles realizar atividade Matemática. Com isso aponta as seguintes distinções entre tarefa e atividade investigativa:

As tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, Investigações. Exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. – proporcionam ponto de partida para o desenvolvimento de sua atividade. A atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação [...] (CASTRO, 2003, P.70).

Para tal diferença, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) assinalam que as atividades investigativas requerem quatro momentos principais, que serão desencadeados a partir de uma proposta (tarefa de investigação) inicial, trazida ou elaborada pelo professor. São elas:

1. Exploração e formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas).

2. Organização de dados e construção de conjecturas.
3. Realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas.
4. Construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

Para estes mesmos autores, “investigar não representa obrigatoriamente trabalhar com problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado” (Ibidem, p. 9). E a para o desenvolvimento das aulas investigativas, eles apresentam os seguintes momentos:

1. Preparação, por parte do professor, de uma tarefa exploratória e inquiridora para os alunos.
2. Introdução da tarefa e arranque da sua realização pelos alunos.
3. Realização, em grupo, da tarefa e elaboração do relatório da atividade desenvolvida.
4. Socialização e discussão coletiva dos resultados produzidos pelos grupos.

Muitas vezes o professor trabalha apenas com livros didáticos, onde este representa as condições tradicionais da prática de sala de aula, permitindo assim que o aprendizado dos alunos seja de maneira mecânica, sem nenhum significado para o aluno. O cenário para Investigação Matemática difere fortemente daquelas baseadas em exercício, de acordo com Skovsmose (2008). Tão logo, Goldenberg aponta alguns objetivos a serem alcançados com a Investigação Matemática. Para o autor:

[...] se um dos objetivos da educação matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descobrem fatos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma atividade: descobrir os fatos. Não podemos apresentar fatos e pôr os alunos simplesmente a aplicá-los ou a prová-los; assim como não podemos explicar técnicas e fazer com que os alunos se limitem a

executá-las. O objetivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso têm que fazer investigação (GOLDENBERG, 1999, p. 37).

A estrutura de uma aula com investigações consiste nas seguintes fases: introdução da tarefa, desenvolvimento da mesma e discussão final, segundo Tudella *et al.* (1999).

Na **introdução** a apresentação da proposta aos alunos poderá ser feita de diversos modos. Como do modo misto, que é constituído por uma distribuição do enunciado escrito complementado por uma apresentação oral para toda a turma. Ou ser constituída por uma leitura em grande grupo, e acompanhada por um ou outro comentário que o professor considere pertinente, ou por questões chave, cujas respostas revelem se os alunos estão, ou não, a entender a proposta.

No **desenvolvimento da tarefa**, pretende-se desenvolver em todos os alunos uma atitude investigativa, devendo por isso haver cuidado para que a aula se centre realmente na atividade dos alunos, nas suas ideias e na sua pesquisa. Durante uma aula com investigação as interações existentes entre professor-alunos e aluno-aluno assumem extrema importância.

E por fim, na **discussão final**, a reflexão é um elemento indispensável numa aula de investigação, (ibidem, 1999).

O ensino da Matemática nas escolas se baseia em duas etapas. Na primeira o professor apresenta o conteúdo e as técnicas necessárias para efetuar-lo, em seguida o professor seleciona alguns exercícios para os alunos trabalharem. Assim Skovsmose afirma que a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício e que as práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercício. Para o autor a distinção entre elas tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzir significados para atividades e conceitos matemáticos.

Skovsmose (2008) aponta os diferentes tipos de referências possíveis:

Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade – não se trata de uma realidade que “de fato” observamos, mas de uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didática de matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar tarefas com referências a situações da vida real.

De acordo com o mesmo autor o primeiro tipo é caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas. O segundo tipo é constituído por exercícios com referências à semi-realidade. A natureza desse ambiente pode ser ilustrada pelo seguinte exemplo:

O feirante A vende maçãs a \$0,85 o Kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 Kg por \$ 1,00.

- a) Qual feirante vende mais barato?
- b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 Kg de maçãs?

E o último tipo são exercícios baseados na vida real oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo referências à realidade.

Trabalhar com Investigação Matemática e usar diferentes tipos de referências para tais atividades, como citado acima pelo autor Skovsmose, a meu ver “quebra” esse paradigma de que as aulas devem ser apenas seguidas por livros didáticos e por repetição de exercícios, tornando-as tradicionais e exaustivas.

Segundo Goldenberg (1999) as investigações tornam a Matemática mais compreensível, assim como divertida, para todos os alunos ao substituir algo do tecido cognitivo que é tipicamente cozinhado a partir dos currículos “mais simples” de Matemática.

Contexto da aplicação da tarefa

Nosso trabalho foi realizado numa escola pública da rede estadual de Ensino Fundamental, Médio e Profissional - Campo Mourão, PR. Nesta escola há aulas no período matutino das

07h30min às 11h50min, no período vespertino, das 13h00min às 17h20min e no período noturno das 18h50min às 22h50min, sendo cinco aulas de 50min cada. Nesta escola, as salas de aulas são bem iluminadas e ventiladas, possuem quadro branco, computador, *datashow* e equipamento de som para o uso do professor. Fomos bem recebidas, tanto pela escola que nos disponibilizou o material pedagógico necessário para aplicação da tarefa, quanto pela professora de Matemática que nos cedeu algumas de suas aulas para que pudéssemos realizar o trabalho.

A turma em questão eram alunos do 7º ano do período vespertino, ao todo eram 23 alunos, porém no dia da aplicação estavam presente apenas 16. Alguns alunos tinham um bom nível de conhecimento matemático, já outros apresentaram muitas dificuldades, até mesmo em operações simples.

A primeira impressão que tivemos da sala foi de uma turma muito bagunceira, tanto que a professora teve que organizá-los de maneira com que eles diminuíssem a conversa. Apesar disso, no decorrer das aulas, os alunos tiveram um bom comportamento e nos receberam muito bem.

Como a tarefa foi aplicada no final do último bimestre, numa sexta-feira e nas últimas aulas, houve um grande desinteresse por parte dos alunos, uns diziam que não iam fazer, pois já estavam aprovados, outros porque estavam reprovados, tal desinteresse promoveu uma aula muito agitada, dificultando a realização do trabalho.

Desenvolvimento da atividade

A Tarefa Investigativa foi tirada do banco de dados, Matemática Para Todos – investigação na sala de aula - intitulada “Vamos Unir Hexágonos Regulares”. O tempo destinado para aplicação da tarefa foi de duas aulas de 50 minutos.

No dia da aplicação da tarefa, estavam presentes 15 alunos, dos quais 12 terão sua produção escrita analisada. Os outros 3

alunos não serão analisados pelo fato de não terem feito nenhuma das questões.

Para não expor a identidade dos alunos, seus nomes serão mantidos em sigilo, sendo identificados apenas como aluno1, aluno 2 e assim concomitantemente.

Figura 1 - Tarefa utilizada para a aplicação.



MATEMÁTICA PARA TODOS
investigações na sala de aula

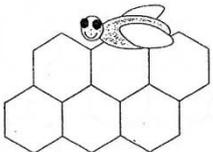
1. Vamos unir hexágonos regulares

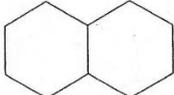
Os hexágonos regulares são figuras já tuas conhecidas. Podes lembrar-te, por exemplo, dos favos das abelhas e reparar que parecem hexágonos regulares unidos uns aos outros pelos seus lados. Hoje também vais unir hexágonos, fazer medições e algumas descobertas.

Na figura ao lado, unimos dois hexágonos regulares pelos seus lados. Se quisermos *enfeitar* a figura que obtivemos, contornando-a com uma fita bem juntinha aos seus lados, vamos precisar de uma fita com comprimento igual a 10 lados do hexágono regular.

1. Constrói uma figura unindo quatro hexágonos regulares pelos seus lados.
2. Para enfeitar da mesma forma a figura que construístes, que tamanho deve ter a fita?
3. Existirão figuras, formadas por quatro hexágonos regulares unidos pelos seus lados, que possam ser *enfeitadas* por fitas com o mesmo tamanho? Investiga.

Regista as figuras que construístes na última folha e comenta as tuas descobertas.





Análise da primeira e segunda questões

Na primeira questão pede-se para construir uma figura unindo quatro hexágonos regulares pelos seus lados, na segunda

pede-se o tamanho que a fita deve ter para que a figura seja enfeitada. Nestas questões apenas dez alunos a fizeram, dos quais serão relatadas suas resoluções a seguir.

Ao analisarmos as resoluções dos alunos, notamos algumas semelhanças entre elas, logo separamos em grupos as mesmas resoluções.

O grupo A, é composto por quatro alunos: aluno 1, aluno 2, aluno 3 e aluno 4.

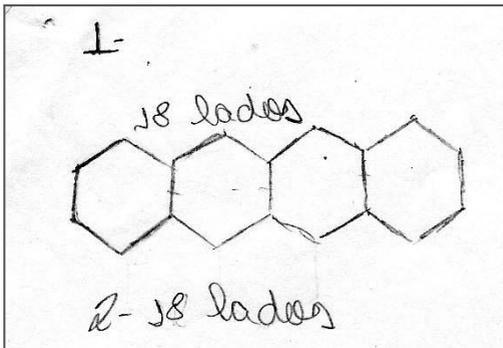
O grupo B é composto por dois alunos: aluno 5 e aluno 6.

O grupo C é composto por três alunos: aluno 7, aluno 8 e aluno 9.

E o aluno que resolveu de maneira única será identificado como aluno 10.

Dos doze alunos analisados, o grupo A obteve os mesmos resultados, sendo assim por terem feito a mesma figura e consequentemente a mesma resposta, colocaremos apenas uma figura dos quatro alunos, ilustrando suas resoluções.

Figura 2 - Resolução do aluno 3.

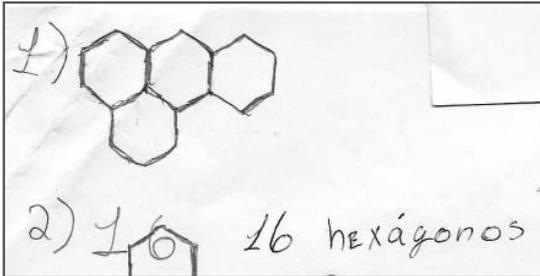


Apenas um aluno apresentou uma resolução única, logo não o classificaremos.

Neste caso podemos analisar que na primeira questão o aluno fez de maneira correta, porém na segunda questão ao invés

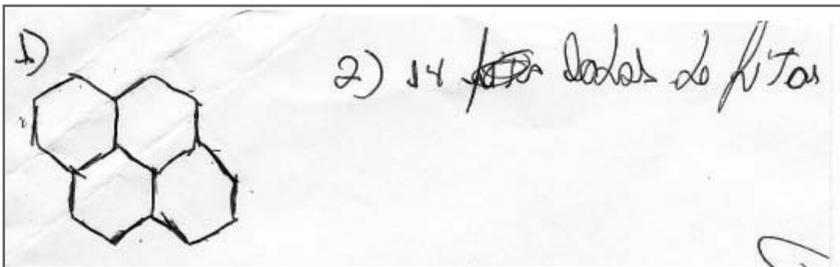
de responder 16 lados de fitas, o aluno respondeu 16 hexágonos, confundindo os lados do hexágono por hexágono.

Figura 3 - Resolução do aluno 8.



No grupo B dois alunos também apresentaram a mesma resolução, assim como no grupo A apresentaremos apenas uma figura.

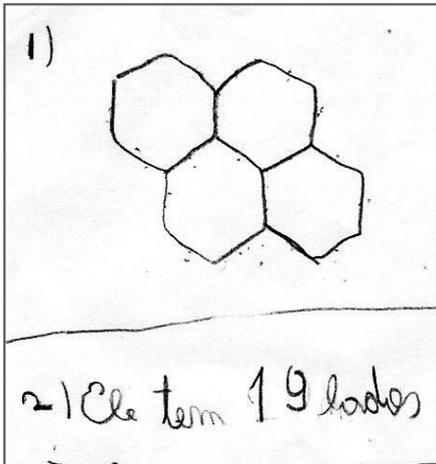
Figura 4 - Resolução do aluno 9.



No grupo C, três alunos expuseram resoluções análogas, assim colocaremos apenas uma figura.

Neste caso podemos notar que a figura apresentada pelo grupo C, é semelhante com a figura exibida do aluno 9 da resolução acima, porém houve uma falha na resolução, ao invés dos alunos contarem apenas os lados externos dos hexágonos, eles contaram todos os lados, tanto externo quanto interno, totalizando 19 lados.

Figura 5 - Resolução do aluno 7.



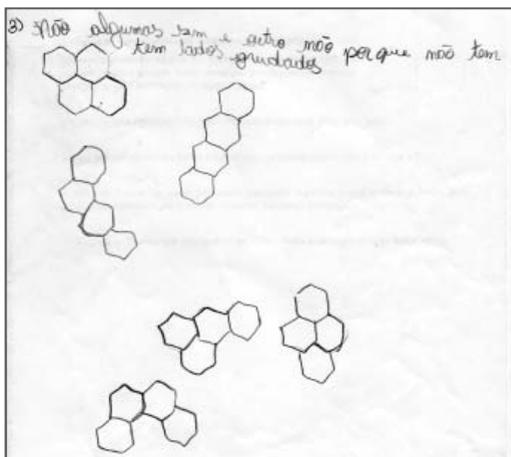
Análise da terceira questão

Na terceira questão pede-se se há figuras formadas por quatro hexágonos regulares unidos pelos seus lados, que podem ser enfeitadas por fitas com o mesmo tamanho. Nesta questão dos doze analisados, apenas cinco alunos investigaram e responderam se há ou não outras figuras que podem ser enfeitadas com o mesmo tamanho de fita. Três alunos apresentaram apenas o desenho, então não os analisaremos e os outros quatro não apresentaram nenhuma resolução.

Como obtivemos apenas cinco repostas completas, logo não classificaremos por grupo, sendo assim os alunos serão analisados individualmente.

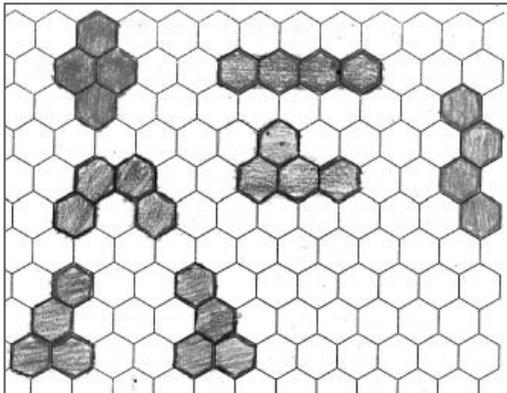
Nesta resolução deduzimos que o aluno tenta explicar que a figura pode ser enfeitada com fitas do mesmo tamanho ou não, tudo depende da maneira com que os hexágonos foram unidos por seus lados.

Figura 6 - Resolução do aluno1.



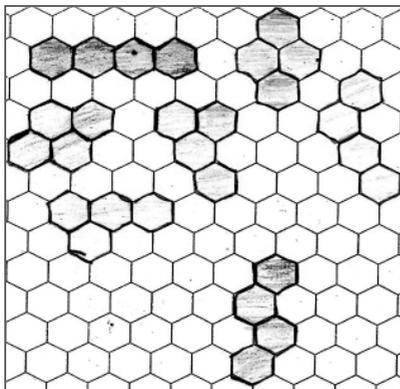
Nestes casos que serão apresentados, haverá algumas figuras diferentes. Apesar de suas respostas serem distintas, percebemos que elas têm as mesmas finalidades.

Figuras 7 e 8 - Resolução do aluno6.



9) Eu acho que quando muda a forma
muda o número também

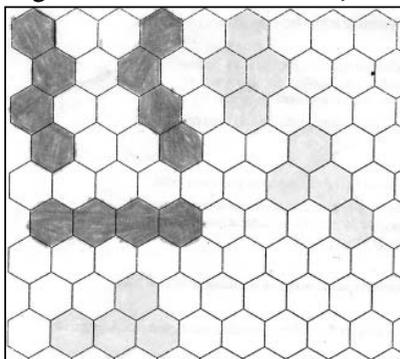
Figuras 9 e 10 - Resolução do aluno5.



3) não algumas sim mais outra porque não tem lado quadrado

Apesar do aluno 7 ter respondido igual ao aluno 5, notamos que há diferenças em suas figuras.

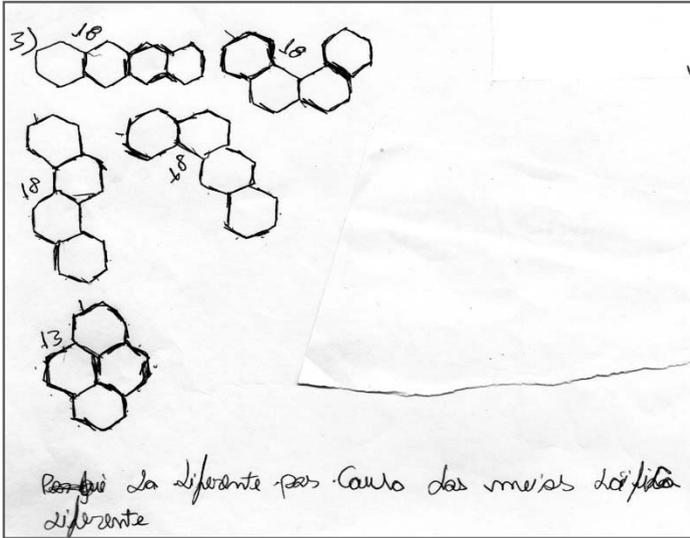
Figuras 11 e 12 - Resolução do aluno7.



3)R: não algumas sim mais outras não por que não tem lados quadrados

Nesta resolução, diferente das outras, o aluno colocou a quantidade de lados de fitas necessárias para que a figura possa ser enfeitada em cada caso.

Figura 13 - Resolução do aluno 9.



Considerações finais

Trabalhar com Investigação Matemática, gera resultados satisfatórios, desenvolve no aluno a autonomia de pensar, refletir, questionar e buscar novas informações. Porém leva tempo para que o aluno se acostume com uma metodologia diferente das que está habituado.

O objetivo deste trabalho era investigar as relações entre área e perímetro, infelizmente esse objetivo não foi alcançado, pelo fato dos alunos estarem muito desinteressados na realização da tarefa, mas não podemos julgá-los, temos que levar em consideração as particularidades, realidades e as diversidades de cada aluno.

Apesar de não termos atingido nosso objetivo, adquirimos grande experiência profissional, pois foi graças a esse acontecimento que percebemos que nem sempre chegaremos à sala e aplicaremos com êxito aquilo que preparamos para eles.

Apesar disso, sempre pensar em fazer o melhor a cada dia, buscando maneiras diferentes para contornar as dificuldades, buscando novas metodologias para que as aulas se tornem mais atrativas e motivadoras e com a Investigação Matemática chegaremos ao esperado.

Segundo Goldenberg (1999) as investigações tornam a Matemática mais compreensível, assim como divertida, para todos os alunos ao substituir algo do tecido cognitivo que é tipicamente cozinhado a partir dos currículos “mais simples” de Matemática.

Referências

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: autêntica, 2003.

SKOVSMOSE, O. **Desafio da reflexão em educação matemática crítica**. São Paulo: Papiros, 2008.

CASTRO, J.F. Quadrados e perímetros: uma experiência sobre aprender a investigar e investigar para aprender. In: Fiorentini, D & Gimenez, A. (Org.) **Histórias de aula de matemática: compartilhando saberes profissionais**. Campinas, SP. Gráf. FE: CEM-PEM/ Unicamp, 2003, p.69-79.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação: Educação Matemática. Campinas: FE/ Unicamp, 2004. 197 p.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de matemática, 1999.

TUDELLA, A. *et al.* Dinâmica de uma aula com investigações. 1999.

Investigação matemática como uma prática pedagógica

*Maisa Silva Leite
Natalia Matias Cangussu Ieger*

Introdução

Este texto é um relato de experiência que teve como objetivo utilizar a Investigação Matemática como uma prática pedagógica para ampliar o entendimento do sentido da Matemática na formação humana de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Campo Mourão.

As atividades relatadas são parte do projeto PIBID, subprojeto do curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - Campus de Campo Mourão -PR. Foram utilizados problemas do Pisa.

A Matemática é um dos pontos principais da vida do ser humano. O aprendizado que vem da escola na extensão da Educação Básica e ampliado com o Ensino Superior ajuda a entender o desvelar humano em seu dia a dia por conta de seus conteúdos.

O ensino da Matemática é vital para agregar valor a este desvelar, visto que, a sociedade que envolve estes sujeitos tem como premissa o sistema capital. Portanto, o domínio do cálculo matemático é condição de existência dentro deste processo.

Em trabalhos, a partir dos grupos de estudos do Projeto PIBID/FECILCAM (2012) percebeu-se que pesquisadores procuram obter melhores resultados quanto ao desempenho dos escolares no campo matemático, por entender a importância de seu domínio no contexto social e concomitante, a da fala destes que a matéria é considerada “difícil” no campo escolar. Para tanto, buscam alternativas como a Investigação Matemática.

Durante a realização dessa pesquisa e analisando a minha prática pedagógica, pude observar a grande dificuldade apresentada pelas crianças no que diz respeito aos conteúdos matemáticos. É possível observar que, muitas vezes, o trabalho com esta disciplina é baseado no treino dos algoritmos, geralmente sem a reflexão e discussão de suas regras, e através do uso de situações-problema que desempenham o papel de exercício, pois não apresentam desafios e não permitem a elaboração de diferentes estratégias.

Esta busca de estudo pôde ser estudado por nós acadêmicos, graças ao PIBID, que nos proporcionou um estudo mais a fundo sobre os problemas que nós alunos sentimos. Este é gerenciado pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), e foi aderido pela UNESPAR. Segundo o site da Capes o PIBID é um programa de iniciação à docência, os participantes são alunos dos cursos de Licenciatura que, inseridos no cotidiano de escolas da rede pública, planejam e participam de experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar, e que buscam a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem. Os encontros são semanais, e proporcionados na universidade na sala de encontro.

Fundamentação teórica

Buscando entender as várias visões que alunos têm da Matemática, deve-se enfatizar a importância de tal em nossa sociedade e buscar meios de modificar sua visão restrita.

A Matemática é um dos pontos principais da vida do ser humano. O ensino da Matemática é vital para agregar valor a este revelar, visto que, a sociedade que envolve estes sujeitos tem como premissa o sistema capital. Portanto, o domínio do cálculo matemático é condição de existência dentro deste processo.

Após trabalhar utilizando como metodologia de ensino, pode ser ter uma visão mais ampla sobre Investigação Matemática, pressupondo que há várias semelhanças a serem observadas. Assim como a metodologia de Resolução de Problemas, investigação vem como uma grande “arma” para o ensino. Isto posto, por entender que alunos de diferentes idades sentem uma aversão quando o assunto é Matemática, por muitas vezes, é pelas dificuldades enfrentadas pela falta de entendimento quanto ao assunto deste meio, que pode ser considerado simples para alguns ou “uma dor de cabeça” a outros.

A realização de investigações matemáticas pelos alunos podem contribuir para o seu desenvolvimento em vários níveis: (i) na aprendizagem do que são e como se fazem investigações; (ii) na aprendizagem de conceitos, ideias e procedimentos matemáticos; (iii) na aprendizagem de objetivos curriculares transversais, como a capacidade de comunicação e o trabalho em grupo; e (iv) na formação de novas concepções e atitudes em relação à Matemática (PONTE, 2003).

Investigar envolve formular questões, propor conjecturas, realizar testes para validar ou rejeitar essas conjecturas, avaliar a sua plausibilidade, encontrar provas da sua correção e levantar novas questões para investigar. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) consideram que as atividades de Investigação Matemática podem assumir um lugar de destaque na aprendizagem dos alunos,

trazendo para dentro da sala de aula o espírito do trabalho do matemático profissional.

Para Cristóvão (2007), “as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade” (p. 34).

Goldenberg (1999), outro defensor da abordagem investigativa em sala de aula, destaca seu potencial formativo, principalmente o desenvolvimento da postura investigativa dos alunos:

[...] se um dos objectivos da educação matemática é fazer com que os alunos aprendam como é que as pessoas descobrem factos e métodos, deveriam também, durante uma parte significativa do tempo de aprendizagem, dedicar-se a essa mesma actividade: descobrir os factos. Não podemos apresentar factos e pôr os alunos simplesmente a aplicá-los ou a prová-los; assim como não podemos explicar técnicas e fazer com que os alunos se limitem a executá-las. O objectivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso têm que fazer investigação. (p. 37)

Segundo Skovsmose (2008) um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e a procurar explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para a investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação os alunos são responsáveis pelo processo.

A atividade investigativa, em sala de aula, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), demanda de quatro momentos principais, que serão desencadeados a partir de uma proposta (tarefa de investigação) inicial, trazida ou elaborada pelo professor e entregue aos alunos ou a partir de uma questão investigativa que tenha surgido durante uma aula de Matemática, mesmo que esta não tenha sido elaborada especialmente para este fim:

1. Exploração e formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas).

2. Organização de dados e construção de conjecturas.
3. Realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas.
4. Construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

Para estes mesmos autores, “investigar não representa obrigatoriamente trabalhar com problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado” (Ibidem, p. 9). Em relação ao desenvolvimento de uma aula investigativa, eles apresentam as seguintes etapas, podendo haver adaptações, conforme a necessidade ou classe a ser trabalhada:

- Preparação, por parte do professor, de uma tarefa exploratória e inquiridora para os alunos.
- Introdução da tarefa e arranque da sua realização pelos alunos.
- Realização, em grupo, da tarefa e elaboração do relatório da atividade desenvolvida.
- Socialização e discussão coletiva dos resultados produzidos pelos grupos.

A resolução de problemas e as investigações como métodos de ensino requerem que se considere o contexto social da turma e as suas relações de poder. A resolução de problemas permite ao aluno aplicar a sua aprendizagem criativamente, numa situação, mas o professor ainda mantém muito do seu controlo sobre o conteúdo e o modo de ensinar. Se a abordagem investigativa é adotada de modo a permitir ao aluno a formulação de problemas e questões para investigação de modo relativamente livre, torna-se emancipadora. (ERNEST, 1996, p. 31)

Não se pode, e nem se pretende dar os caminhos que os alunos vão seguir, mas podemos instruí-los do tipo de trabalho a ser desenvolvido.

Os alunos devem encontrar seus próprios caminhos, as discussões com os colegas podem ajudar. A tarefa de investigação pode ser criada pelos alunos, mas normalmente surgem do professor.

Relato da tarefa

Ao chegar à escola, local de aplicação do projeto, fomos recebidos pelo professor pedagogo do estabelecimento de ensino. Como já havíamos tido algum contato com a turma não foi necessária uma apresentação por parte deste profissional de educação, mas falou-se sobre o projeto PIBID, seus objetivos e qual seria metodologia de ensino, isso de forma resumida e prática. Na sequência, a dupla de PIBIDianas fizeram sua auto apresentação e a divisão dos alunos em duplas, na classe. Logo após, foi entregue o primeiro exercício do problema ‘Potência e Regularidade’, que foi retirado dos exercícios do Explorar e Investigar para aprender Matemática.

Segue o problema aplicado:

Potência e Regularidade

1. O número 729 poderá ser escrito como uma potência de base 3? Para verificar basta escrever as sucessivas potências de 3:

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

- Procura escrever os números que seguem como potência de base 2:

$$64 =$$

$$128 =$$

$$200=$$

$$256=$$

$$100=$$

- Que conjecturas pode-se fazer acerca dos números que podem ser escritos com potências de base 2? E com potências de base 3?

2. Observa as seguintes potências de base 5:

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

- O ultimo algarismo de cada uma destas potências é sempre 5. Será que isso também se verifica para as potências de 5 seguintes?
- Investiga o que se passa com as potências de 6.
- Investiga também as potências de 9 e as de 7.

Como já havíamos combinado com a professora, pedimos a atenção dos alunos e pedimos também para eles formarem grupos de 4 pessoas e para cada grupo pensar em um nome para o grupo, relacionado à Matemática. Eles levaram 10 minutos para se organizarem, após este tempo de organização, começamos a explicar o que iria acontecer e falamos sobre a tarefa que seria aplicada, explicamos que a tarefa seria realizada em duas fases, primeiro cada aluno iria receber a tarefa e tentar resolvê-la com o seu grupo, com o que sabiam, discutindo entre si, e a segunda parte iria acontecer uma conversa, uma discussão, onde eles iriam ao quadro expor suas ideias, suas respostas e quais os métodos aplicados para chegar àquela resposta.

Antes que eles começassem, lemos a tarefa com eles para que conseguissem compreender o que estava sendo pedido, percebemos que ainda tinham algumas dúvidas, mas dissemos que eles podiam nos chamar nas carteiras e conversar entre eles no grupo, mas não procurar no grupo do outro. E demos o tempo de 50 minutos para realizarem a tarefa.

Antes que se passasse 10 minutos todos os grupos já haviam nos chamado, fomos a todos os grupos e conversamos com eles dando dicas, caminhos para que eles chegassem até a resposta, tomando cuidado para não dar a resposta. Mas percebemos que as dúvidas eram as mesmas e que eram dúvidas muito simples, que não esperávamos, pois achávamos que eles já soubessem. Entretanto constatamos que mesmo com essas dúvidas eles não desistiam, ficaram muito envolvidos. Desde os mais dedicados até os mais bagunceiros, os conversadores, os que não gostavam, todos mostravam um grande interesse em resolver a tarefa e em encontrar as respostas.

Enquanto eles faziam, andávamos pela sala, para saber como estava o andamento da tarefa, após 35 minutos mais ou menos, percebemos que a grande maioria não tinha terminado nem o primeiro exercício, não porque não sabiam, mas porque tinham muita dificuldade, eles demoraram bastante para pegar o jeito.

Então resolvemos dar 20 minutos para eles terminarem o primeiro exercício, e então depois que eles terminassem daríamos início à segunda fase da aplicação da tarefa.

Eles ficaram empolgados e terminaram no tempo dado, lemos novamente a tarefa, e perguntamos se eles já tinham escolhido o nome do grupo, e pedimos para que cada grupo nomeasse um líder. Tivemos 4 grupos: “Mais ou Menos”, “Racionais”, “Negativo” e “Frações”.

Na hora da apresentação no quadro, não foi difícil fazer com que viessem à frente, apenas um grupo não quis de forma alguma ir ao quadro, mas às vezes participavam sentados e mesmo com muita vergonha, falavam alguma coisa.

Como podemos observar os alunos 1, 2 e 3, tinham dificuldade em entender o que é a potência, quando explicamos, por exemplo, que 3^2 , onde a base é 3 e 2 o expoente, isso quer dizer que vamos ter o 3 multiplicado duas vezes. Para eles não se perderem eles montavam tudo passo a passo, e assim eles faziam todas essas multiplicações e encontravam os resultados.

Abaixo temos outras resoluções para esse mesmo exercício:

Figura 4 - Resolução referente às potências de base 3 aluno 4.

$3^2 = 9$
 $3^3 = 27$
 $3^4 = 81$
 $3^5 = 243$
 $3^6 = 729$

$3^7 = 2187$
 $3^8 = 6561$
 $3^9 = 19683$
 $3^{10} = 59049$
 $3^{11} = 177147$
 $3^{12} = 531441$

$3^{13} = 1594323$
 $3^{14} = 4782969$
 $3^{15} = 14348907$

Escrever os números que se seguem como potência de base 2:

Figura 5 - Contas referentes à resolução de potência de base 3 aluno 4.

$3^3 = 3 \cdot 3 = 9$	
$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \times 3$	$9 \cdot 3$
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$	$27 \cdot 3$
$3^4 = 81$	$81 \cdot 3$
$3^5 = 243$	$243 \cdot 3$
$3^6 = 729$	$729 \cdot 3$
$3^7 = 2187$	$2187 \cdot 3$
$3^8 = 6561$	$6561 \cdot 3$
$3^9 = 19683$	$19683 \cdot 3$
$3^{10} = 59049$	$59049 \cdot 3$
$3^{11} = 177147$	$177147 \cdot 3$
$3^{12} = 531441$	$531441 \cdot 3$
$3^{13} = 1594323$	$1594323 \cdot 3$
$3^{14} = 4782969$	$4782969 \cdot 3$
$3^{15} = 14348907$	$14348907 \cdot 3$

Quando perguntamos a esses alunos por que eles resolveram o exercício desse jeito, eles nos responderam que perceberam que não precisavam fazer todas as continhas, por exemplo, 3^{11} , multiplicar o $3*3*3...$ onze vezes, disseram que se como eles já tinham o resultado de 3 elevado até a sexta, era só eles pegarem esse resultado e multiplicar por 3 que encontrariam o resultado de 3 elevado a 7, então eles pegariam o resultado de 3 elevado a sétima e multiplicariam por 3 e iam encontrar o resultado de 3 elevado a 8, e assim por diante. Eles disseram que fazendo assim era mais rápido e fácil.

Depois que cada um apresentou a primeira parte do exercício 1, fomos para a conversa sobre a segunda parte, a que falava sobre a potência de base 2. Observamos que cada grupo seguiu o mesmo raciocínio do exercício seguinte.

Segue abaixo a resolução de um aluno:

Figura 6 - Resolução referente às potências de base 2, aluno 6.

The image shows a student's handwritten work on lined paper. At the top, there is a small circle containing the number 0. Below it, the student has written several lines of calculations for powers of 2:

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$. Below the numbers 2, 2, 2, 2, 2, 2, the student has written the intermediate products: 4, 8, 16, 32, 64.
- $2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$. Below the numbers 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, the student has written the intermediate products: 4, 8, 16, 32, 64.
- $2^8 = 2 \times 2 = 256$. Below the numbers 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, the student has written the intermediate products: 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256.
- $2^9 = 2 \times 2 = 512$. Below the numbers 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, the student has written the intermediate products: 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512.

Quando perguntamos por que ele tinha feito desse jeito, ele nos disse que fez assim porque ajudava o grupo dele que estava meio em dúvida, disse que escreveu a potência, na frente colocou as multiplicações, e fez passo a passo até chegar no resultado, como podemos observar $2*2$ igual a 4, $4*2$ igual a 8, $8*2$ igual

a 16, $16 \cdot 2$ igual a 32, $32 \cdot 2$ igual a 64, e assim chegaram ao resultado de 2 a sexta. E assim por diante encontraram os outros resultados.

Continuando com a segunda parte da aplicação da tarefa, chegamos ao fim do exercício, quando foi perguntado quais foram as conjecturas descobertas na resolução das potências de base 2 e 3. Primeiro, eles perguntaram o que significava conjecturas, eles acharam muito engraçado. E todos questionaram por que não encontraram potência de base 2 que tivesse como resultado 200 e 1000. Nós não demos a resposta e pedimos para que cada um desse o seu por que, e também escrevesse na folha o que descobriu, resolvendo esse exercício.

Observamos que eles descobriram alguma coisa, mas não sabiam dar uma explicação.

Figura 7: Resolução do exercício, aluno 7

Escrever os números que se seguem como potência de base 2:

$64 = 2^6$
 $128 = 2^7$
 $200 = \text{não tem}$
 $256 = 2^8$
 $1000 = \text{não tem}$

$64 = 2^6$
 $128 = 2^7$
 $200 = 25 \cdot 2$
 $256 = 2^8$
 $1000 = 312,5$

Figura 8: Resolução do exercício, aluno 8.

Escrever os números que se seguem como potência de base 2:

$64 = 2^6$
 $128 = 2^7$
 $200 = \text{não achei}$
 $256 = 2^8$
 $1000 = \text{não achei}$

Figura 9: Resolução do exercício, aluno 9.

Escrever os números que se seguem como potência de base 2:

2^6 64 =

2^8 128 =

200 = não tem porque vai dar menos e vai vai passar

2^9 256 =

1000 = não tem porque vai dar mais

Como podemos observar a grande maioria ficou muito pensativa e queria saber por que eles não encontraram como resultado 200 e 1000, e quando perguntamos para eles, não conseguiam explicar o porquê, e as respostas mais encontradas foram como a do aluno 7 “não encontrei”, do aluno 8 “ não achei” e a do aluno 9 “ não tem porque, vai dar menos ou vai passar”.

Eles não conseguiam olhar para o resultado e extrair alguma curiosidade, alguma coisa que chamasse atenção, quando íamos conversar com eles sobre as conjecturas dessas potências, um aluno disse que um coleguinha tinha escrito mais coisas na tarefa dele, e conversando com ele, pedimos para que ele compartilhasse com a turma o que ele percebeu.

Figura 10 - Resolução do exercício, aluno 10.

Escrever os números que se seguem como potência de base 2:

$3^7 = 2187$

$3^5 = 14348907$

64 = 2^6

128 = 2^7

200 = ~~Passa~~

256 = 2^8

1000 = ~~Passa~~

O que podemos observar acerca dos números que podem ser escritos como potência de base 2? E as potências de base 3? *Veremos que 2^2 em alguns Passa e 3^2 elevado 3^3 não passa em alguns.*

2. Observe as potências de base 5:

escreva os pares 2468

no Triângulo de Pascal

Como podemos observar ele também não conseguiu explicar por que não encontramos os valores 200 e 1000, a resposta dele foi “passou”, mas quando perguntamos para ele o que mais ele percebeu, ele nos disse que para as potências de base 2 o resultado sempre é par, e disse que no resultado os números finais também tinham uma sequência 2, 4, 8, 6, como podem observar na hora de escrever ele escreveu errado.

Considerações finais

Quando decidimos aplicar essa tarefa, pensamos que para a idade deles, trabalhar com potência seria interessante, e esperávamos que eles já dominassem esse assunto. Percebemos a dificuldade que tinham em entender potência e nos surpreendemos como demoraram para resolver as atividades. A princípio pensamos que talvez não quisessem fazer a tarefa, mas fomos surpreendidas, mesmo com as dificuldades, o interesse deles em encontrar os resultados foi muito grande.

A tarefa foi satisfatória pelo envolvimento da turma, os alunos foram participativos e dispostos a expor suas ideias, sem vergonha de ir ao quadro apresentar suas resoluções, o que foi um pouco engraçado, pois a grande maioria queria ir mais de uma vez ao quadro.

Nós entramos com uma impressão totalmente diferente dos alunos, no começo estávamos inseguras, com medo da tarefa ser um fracasso e/ou ninguém querer resolver. A turma nos surpreendeu de forma positiva, aprendemos muito com os alunos, o cenário da aula faz toda a diferença, motiva, desperta interessa, conseguimos cativá-los, eles foram nos envolvendo e nos dando ânimo para deixar as aulas alegres e produtivas.

Referências

GOLDENBERG, E. P. **Quatro funções da investigação na aula de Matemática**. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.

CRISTOVÃO, E. M. **Investigações Matemáticas na Recuperação de Ciclo II e o Desafio da Inclusão Escolar**. (Dissertação De Mestrado). Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemáticas crítica/Ole Skovsmose**; tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa -- Campinas, SP; Papirus, 2008 - (coleção Perspectivas em Educação Matemática).

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 152p.

Ponte, J. P. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. *Investigar em Educação*, 2, 2003, p. 93-169.

ERNEST, P. **Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia**. In. **Investigar para aprender matemática**(textos selecionados). ABRANTES, P; LEAL, L.C. & PONTE, J.P. Edição: Grupo “Matemática Para Todos – investigações na sala de aula”. Portugal, 1996. p. 25-48.

Autores

Bruno Moreno Francisco

Carla Larissa Halum Rodrigues

Daniela Miray Igarashi

Elaine Cristina Sturion

Eliane Siviero da Silva

Greicy Kelly Delfino Martinhago

Isadora Cristina Molina Oliveira

Karina Dezílio

Lucimara dos Santos

Luis Henrique Baltazar

Maisa Silva Leite

Natalia Matias Gomes Cangussu Ieger

Ronalti Walaci Santiago Martin

Suêlen Rita Andrade Machado

Suzana Domingues da Silva

Tamires Vieira Calado

O presente trabalho foi realizado com o apoio da CAPES, entidade do Governo Brasileiro voltada para a formação de recursos humanos

