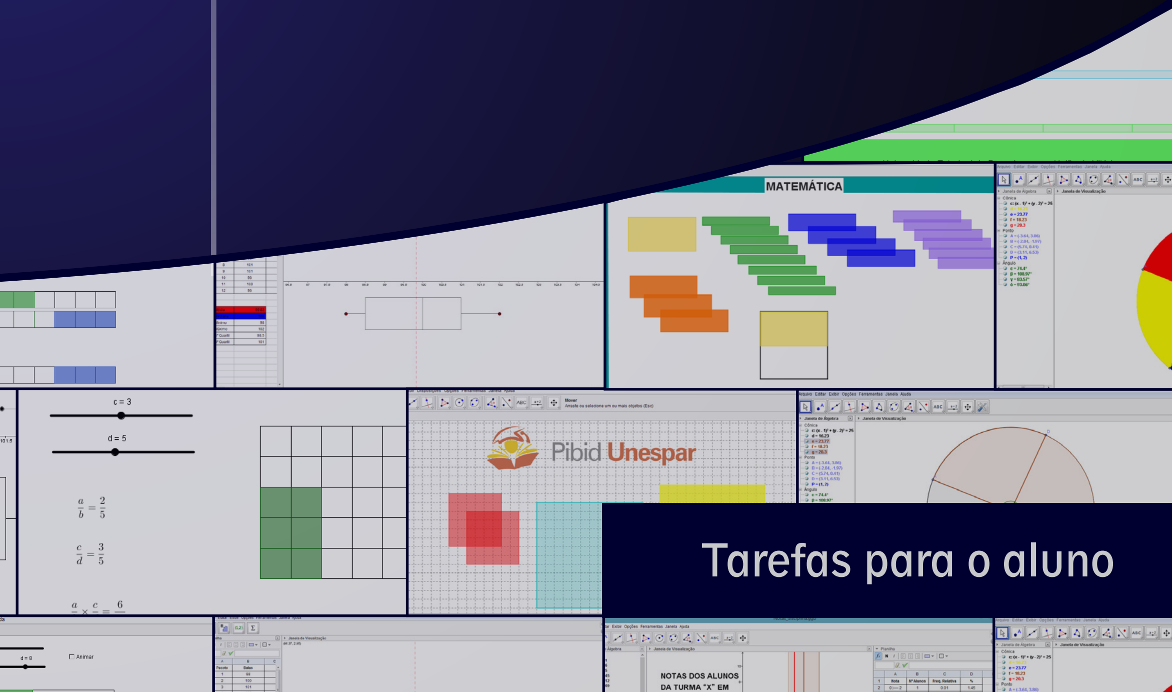
O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica

frações, estatística,
círculo e circunferência

ORGANIZADORES
Maria Ivete Basniak
Everton José Goldoni Estevam



Tarefas para o aluno

O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica

frações, estatística, círculo e circunferência

TAREFAS PARA O ALUNO

MARIA IVETE BASNIAK
EVERTON JOSÉ GOLDONI ESTEVAM
Organizadores

Curitiba/2014

Organizadores
Maria Ivete Basniak
Everton José Goldoni Estevam

Livro editado com recursos do CAPES/PIBID.

G345 O GeoGebra e a matemática da educação básica
frações, estatística, círculo e circunferência / organização Maria Ivete Basniak, Everton José Goldoni Estevam – Curitiba: Ithala, 2014.
130p.: il; 23 cm

Acompanha Tarefas para o Aluno
Vários colaboradores
ISBN 978-85-61868-85-7

1. Matemática - Aprendizagem. 2. GeoGebra (Software). I. Basniak, Maria Ivete (org.). II. Estevam, Everton José Goldoni (org.).

CDD 510 (22.ed)
CDU 51

EDITORA ÍTHALA

Rua Aureliano Azevedo da Silveira, 49
82.030-040 | Curitiba-PR
Fone: +55 (41) 3093-5252
Fax: +55 (41) 3093-5257
http://www.ithala.com.br
E-mail: editora@ithala.com.br

Revisão Ortográfica
Ressílvia Aparecida Steniski Finger
Silvanete Marques

Projeto Gráfico e Diagramação
Maiane Gabriele de Araujo

Capa
Maiane Gabriele de Araujo

APRESENTAÇÃO

Este material é parte integrante do Livro *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica: frações, estatística, círculo e circunferência* e resultado de mais de um ano de estudos e discussões realizadas por alunos da licenciatura em Matemática do primeiro, segundo, terceiro e quarto ano que integram o Subprojeto do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) Tecnologias e Formação de Professores para o Ensino da Matemática, professores da Educação Básica, aluna já formada do curso de licenciatura em Matemática e expibidiana, e professores da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, *campus* de União da Vitória, da licenciatura em Matemática que se dispuseram a dedicar seu tempo e contribuir com essa produção.

Alunos pibidianos, supervisores e professores da Educação Superior (voluntários no PIBID) dividiram-se em três (sub)grupos de trabalho, a partir da afinidade com os conteúdos estruturantes propostos: Números e Álgebra, Geometrias e Estatística. Os resultados dos trabalhos realizados nesses grupos originaram tarefas nos campos das frações, estatística, círculo e circunferência, as quais encontram-se estruturadas para serem utilizadas pelos alunos neste apêndice do livro.

FRAÇÕES: uma nova ideia de número

Para entender o que são frações, como surgiram e como podemos realizar operações com elas, leia e realize as tarefas com atenção. Sempre que precisar peça ajuda ao professor.

André Rafael Liziero
Carlos Krassowski Filho
Cláudia Tratch
Édino Andrioli
Germano Vier Alves
Maria Ivete Basniak
Norberto J. Polsin Jr.
Sandra Regina Kimak
Simão Nicolau Stelmastchuk
Victor H. G. Martinez

Tarefa 1

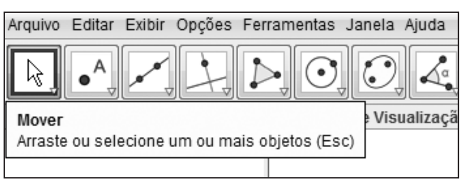
"Uma professora propôs aos seus alunos que medissem o comprimento da parede do fundo da sala, no entanto não havia ferramentas métricas, apenas pequenas cordas com o **mesmo** comprimento".

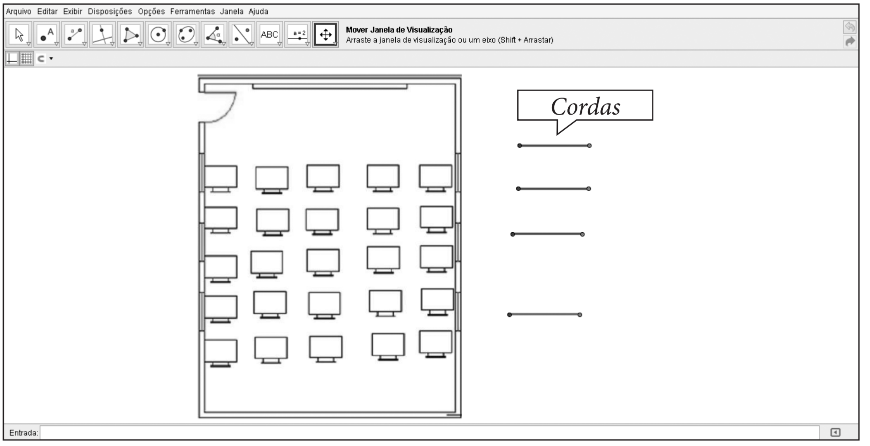
Como seria possível descobrir o comprimento da parede do fundo da sala? Lembre-se, você só tem as cordas do **mesmo tamanho**.

Para responder a questão, com a orientação do seu professor, abra o documento **"*Tarefa1.ggb*".** Observe que neste arquivo está disponível a planta da sala de aula.

Ao lado, você tem cordas de tamanhos iguais que você vai usar para medir o comprimento do fundo da sala.

Com a ferramenta mover  selecionada, clique sobre a corda e arraste para descobrir quanto mede essa parede e responda:





1) Quantas cordas você utilizou para medir o fundo da sala?

____

____

Você deve ter percebido que não é possível dizer quantas cordas inteiras foram necessárias para medir a parede do fundo da sala.

Os primeiros números construídos foram os números **Naturais.** Eles foram criados com a ideia de contar e enumerar. No entanto, quando precisamos fazer medições, os **Naturais** são insuficientes, como verificamos ao fazer a medição do fundo da sala com as cordas.

Há muitos anos, a mesma dificuldade foi enfrentada por nossos antepassados ao fazerem uma medição parecida com a que tentamos fazer. Frente a isso, foi preciso criar novos números, **as frações**, que possibilitam medir partes do todo. Então:

2) Como será que nossos antepassados resolveram seu problema? E no nosso caso, o que deve ser feito com a corda para medir essa parte da parede que falta?

____

____

____

____

Tarefa 2

Abra o documento do GeoGebra "***Tarefa*2.ggb**". Observe que as três cordas já estão posicionadas no fundo da sala. A quarta corda está representada ao lado das outras, em cor vermelha.

Movimentando o controle deslizante, você pode ver em quantas partes iguais a corda pode ser dividida. Movimente-o, observe e responda:

1) Como podemos fazer a divisão da corda para **concluir** a medição?

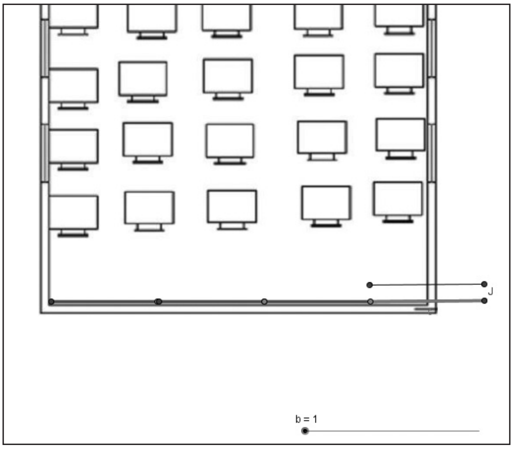
____

____

____

____

____



Você pode perceber que o valor de **b** altera o tamanho da quarta corda. Quando você estabelece b = 2, tem-se a metade do segmento, com b = 3, tem-se o segmento dividido em três partes iguais, ou seja, a terça parte.

Assim, dividindo a corda em partes iguais, foi possível encontrar um pedaço que coube na parte da sala que restou.

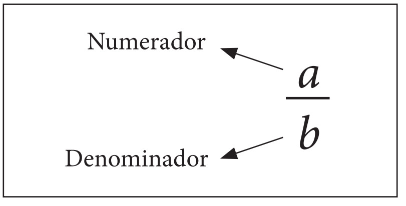
Portanto, dividindo o todo (a corda) em partes iguais, conseguimos com uma parte desse todo, ou seja, a metade da corda concluir a nossa medição.

A palavra metade pode ser representada pela fração um meio como: ou 1/2.

O “2” representa em quantas partes iguais o todo foi dividido e o 1 representa quantas partes dessa divisão utilizamos.

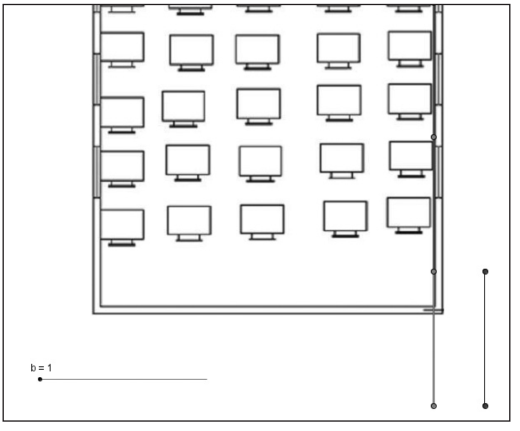
Assim, as frações são representadas de forma genérica como, onde **b** é o valor que divide o todo em partes iguais e o valor de **a** representa as partes que tomamos dessa divisão.

São estabelecidos nomes para cada uma dessas partes do número racional:



Tarefa 3

Abra o arquivo: "***Tarefa3.ggb***".Veja que foram colocadas 3 cordas inteiras para medir o lado da sala e sobrou um pedaço de sala, ou seja, faltou um pedaço de corda para completar a medição.



1) Movimente o controle deslizante e encontre a fração que representa o pedaço de corda que faltou para completar a medição da parede do lado da sala.

____

____

____

____

____

Tarefa 4

Certo dia, Joãozinho levou para a escola uma barra de chocolate, quando abriu a barra viu que era ao leite, que ele não gostava. Como não queria jogar fora uma barra de chocolate, Joãozinho então pensou em dividir a barra em partes iguais com seus amigos. Assim, ele começou a imaginar como seria a divisão. Joãozinho tem **12** amigos, mas não sabe ainda quantos iriam para a aula nesse dia, pois estava chovendo muito. Portanto, ele terá que pensar em várias possibilidades de como dividir igualmente o chocolate com seus amigos, pois a divisão da barra dependerá da quantidade de amigos que tiverem ido para a escola nesse dia. Como não temos essa informação, representamos o número de amigos por **b**.

Com a orientação do seu professor abra o arquivo ***"Tarefa4.ggb"*** *e* ajude Joãozinho a resolver o problema acima. Para isso, mova o controle deslizante e observe o valor do b (número de amigos).

1) O que acontece com a barra de chocolate?

____

____

Recordando os nomes das partes de uma fração, lembramos que o denominador representa em quantas partes iguais o todo foi dividido e o numerador, a parte que foi tomada desse todo.

2) Em relação ao problema acima, **b** representa o numerador ou o denominador?

____

____

3) Complete a tabela com as frações que podem ser representadas pelo pedaço de chocolate marrom, correspondente ao pedaço da barra de chocolate que cada amigo de Joãozinho que comparecer a aula receberá. E azul, que representa a parte que será dividida entre os demais amigos de Joãozinho. Lembrando que cada um deles receberá um pedaço do mesmo tamanho, correspondente à fração representada.

Represente em frações		
Valor de b (amigos)	Marrom	Azul
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Tarefa 5

Com o auxílio do seu professor abra o arquivo do GeoGebra ***"Tarefa*5.ggb"**.

1) Mova o controle deslizante **a** (marrom) e o controle deslizante **b** (vermelho). Observe e complete o quadro:

Fração que representa a parte marrom	Compare e utilizando os símbolos = > <	Fração que representa a parte vermelha

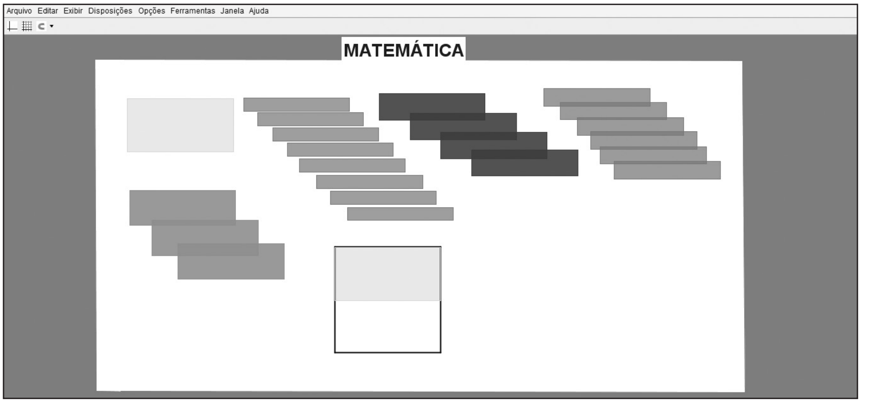
2) Sem olhar para os retângulos coloridos, observando apenas os dados no quadro, é possível dizer qual é a maior fração? De que forma?

3) Divida novamente os retângulos em tamanhos diferentes e preencha o quadro:

Fração que representa a parte verde	Compare e utilizando os símbolos = > <	Fração que representa a parte azul

4) Sem olhar para os retângulos coloridos, é possível dizer qual é a maior fração, utilizando a mesma estratégia da questão anterior?

Tarefa 6



1) Com a ajuda do professor, abra o arquivo ***"Tarefa6_7_8.ggb"*** e realize as tarefas a seguir.

Qual é a fração que uma peça de cada cor representa?				
Amarelo	Verde	Azul	Laranja	Lilás

2) Insira um retângulo amarelo no quadrado branco e observe que este representa a metade da área do quadrado, ou seja, $\frac{1}{2}$. Depois, arraste figuras de uma mesma cor sobre o retângulo amarelo, a fim de cobri-lo completamente. Com quais cores é possível cobrir perfeitamente o retângulo amarelo?

____

____

3) Com quais cores não é possível cobrir perfeitamente o retângulo amarelo?

____

____

4) As quantidades de figuras que cobrem perfeitamente o retângulo amarelo e podem ser representadas por frações, dizemos que são equivalentes ao retângulo amarelo, ou seja, à metade. Sabendo disso, quais frações são equivalentes a

____

____

Agora que você já sabe que frações equivalentes representam a mesma quantidade em relação ao todo e que, no arquivo ***"Tarefa6_7_8.ggb",*** as cores representam diferentes frações em relação ao todo, ao sobrepor uma cor sobre outra, podemos encontrar frações equivalentes.

5) Escreva as frações que representam os pares de cores a seguir e verifique se são equivalentes.

a) Amarela e Azul.

____

b) Lilás e Amarela.

____

c) Amarela e Verde.

____

d) Verde e Laranja.

____

e) Azul e Verde.

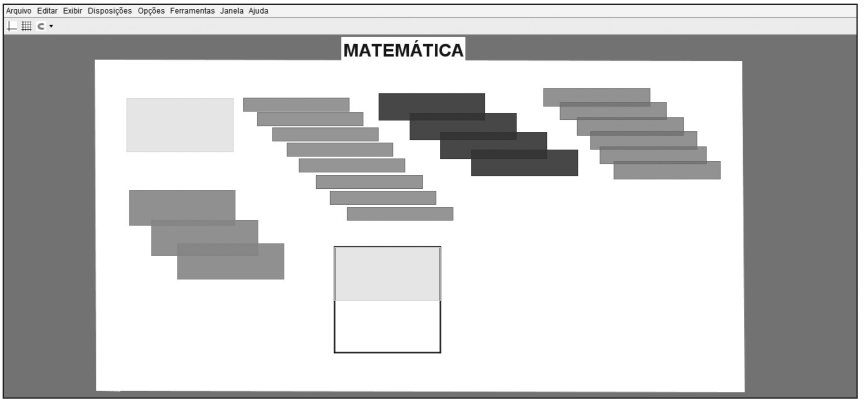
____

f) Laranja e Lilás.

____

Tarefa 7

*Deverá ser utilizado o mesmo arquivo do GeoGebra da tarefa 6 intitulado **"Tarefa6_7_8.ggb"**.*



Com a ajuda do professor, abra o arquivo ***"Tarefa6_7_8.ggb"*** e realize as tarefas a seguir.

Sabendo que cada peça pode ser representada por uma fração, responda:

1) Se colocarmos três peças azuis dentro do quadrado (todo), qual é a fração que essas peças azuis representam?

____

____

2) Se colocarmos cinco peças lilás dentro do quadrado (todo), qual fração que representa essas peças lilás?

____

____

3) Se unníssemos cinco peças lilás dentro do quadrado, que fração será representada?

____

____

4) Resolva as operações a seguir com o auxílio do arquivo ***Tarefa6_7_8.ggb”***:

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

e) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$

f) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} =$

5) Explique como você realizou estas somas:

____

____

____

____

____

6) Sem o auxílio do arquivo com as imagens, como você realizaria estas somas?

____

____

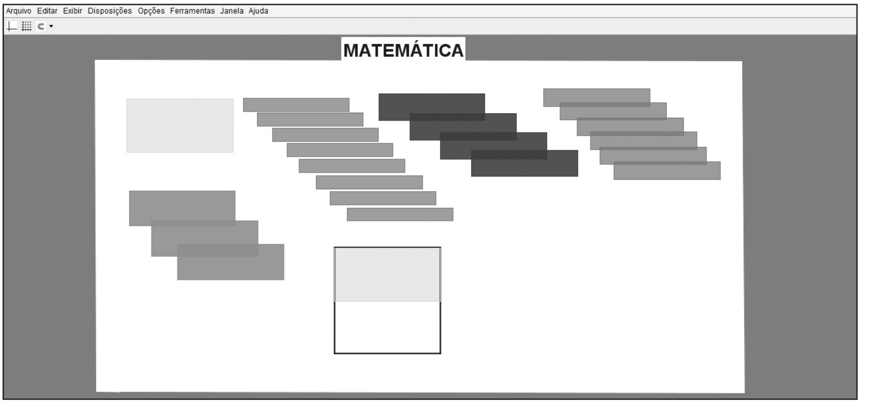
____

____

____

Tarefa 8

Com a ajuda do professor, abra o arquivo ***"Tarefa6_7_8.ggb"*** e realize as tarefas a seguir.



Sabendo que cada peça pode ser representada por uma fração, responda:

1) Se preenchermos o quadrado com peças azuis, qual é a fração que representa essas peças? Agora retire uma peça, qual fração representa o que restou?

____

____

____

____

2) Se preenchermos o quadrado com a cor lilás qual será a fração que representa essas peças? Retire quatro destas peças e responda qual fração representa o que restou?

____

____

____

____

3) Resolva as operações a seguir com o auxílio do arquivo ***Tarefa6_7_8.ggb”***:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$

b) $\frac{2}{2} - \frac{1}{2} =$

c) $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$

d) $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} =$

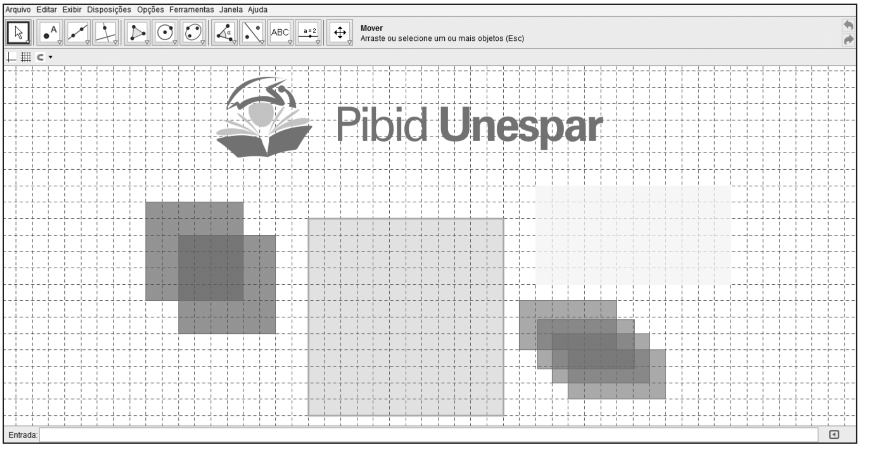
e) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} =$

f) $\frac{7}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} =$

4) Explique como você realizou as subtrações?

5) Sem o auxílio do arquivo com as imagens, como você realizaria essas subtrações?

Tarefa 9



Com o auxílio do professor abra o arquivo do GeoGebra ***"Tarefa9.ggb"*** e realize as tarefas a seguir.

1) Cada figura está nomeada com sua respectiva fração. É possível representá-las com outras frações? Se sim, explique como?

____

____

____

____

____

2) Como se chamam frações que apresentam o mesmo valor?

____

____

____

____

____

3) Sabendo que as peças verdes podem sobrepor as vermelhas, é possível somar uma peça verde com uma vermelha? E com as outras cores? Explique:

____

____

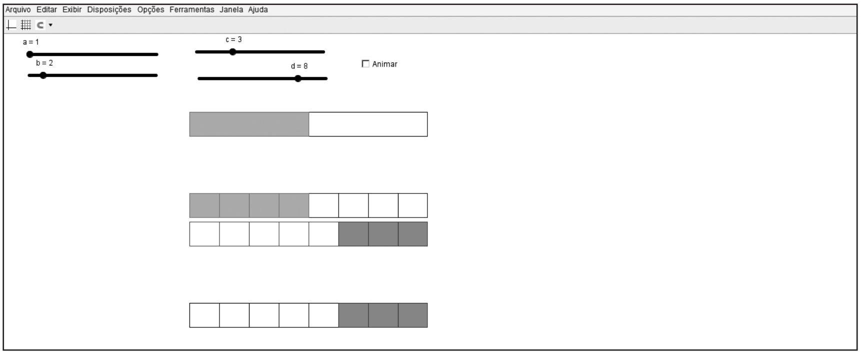
____

____

____

André Rafael Liziero • Carlos Krassowski Filho • Cláudia Tratch • Édino Andrioli • Germano Vier Alves • Maria Ivete Basniak • Norberto J. Polsin Jr.
Sandra Regina Kimak • Simão Nicolau Stelmastchuk • Victor H. G. Martinez

Tarefa 10



Com a ajuda do professor, abra o arquivo ***"Tarefa10.ggb"***, mova os controles deslizantes e observe o que ocorre com as frações. Realize as seguintes tarefas:

1) O que acontece quando os controles b e d são manipulados?

____

____

2) Associe os controles deslizantes **a**, **b**, **c** e **d** a o que eles representam das frações:

a) Controle deslizante "a"	( ) Numerador Azul
b) Controle deslizante "b"	( ) Numerador Verde
c) Controle deslizante "c"	( ) Denominador Azul
d) Controle deslizante "d"	( ) Denominador Verde

Deixe os controles deslizantes com os seguintes valores:
"a" = 1; "b" = 2; "c" = 1 "d" = 3.
E responda:

3) Qual a fração que representa a parte pintada das barras:

a) Da 1ª barra

b) Da 2ª barra

c) Da 3ª barra

d) Da 4ª barra

4) Quais dessas frações são equivalentes?

Clique em animar, para que as barras se movam.

5) Qual o resultado dessa soma?

6) Esse valor também é o resultado da soma de quais outras duas frações?

Clique em animar novamente para parar as barras, e altere o valor dos controles deslizantes "a", "b", "c" e "d".

7) Responda as questões 3, 5 e 6 com estes novos valores de "a", "b", "c" e "d".

8) Então, quando temos frações com denominadores diferentes, quais os passos realizados para efetuar a soma?

Tarefa 11

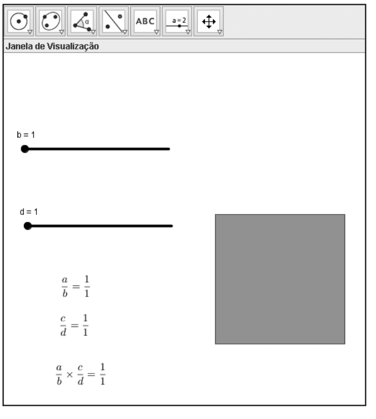
Você lembra como fazemos para calcular a área de um retângulo?

Multiplicamos a medida de um dos lados que chamamos de base pela medida do outro que denominamos altura.

Por exemplo, se tivermos um retângulo em que um dos lados (base) mede 3 e o outro (altura) mede 2, para encontrarmos a área desse retângulo multiplicamos um lado (base) pelo outro (altura).

E se tivermos um quadrado e quisermos calcular apenas parte de sua área, sabendo que a área total vale 1, como podemos fazer isso?

Com o auxílio do professor abra o arquivo do GeoGebra: ***"Tarefa11.ggb"***. Nele você pode ver um quadrado de lado 1.



Note que existem dois controles deslizantes, **b** e **d**. Logo abaixo, você pode ver as representações de frações $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ e o resultado da multiplicação delas, $\frac{a}{b}$ x $\frac{c}{d}$.

Clique no controle deslizante **b** e use as setas do teclado para movê-lo para os lados. Observe e responda:

1) O que acontece com o quadrado quando você move o seletor?

____

2) O que acontece com o valor da área do retângulo azul quando você move **b**? Por quê?

____

3) Mova **b** até que a base meça ½ (metade). Qual é a área do retângulo azul? Por quê?

____

Agora clique no controle deslizante **d** e use as setas do teclado para movê-lo para cima e para baixo (mas não altere o valor de **b**).

4) O que você percebe que acontece com o valor da área quando você move o controle deslizante **d**?

____

5) Mova **d** até que a altura meça ½ (um meio). E agora, qual é a área do retângulo? Por quê?

____

6) Mova os controles deslizantes **c** e **b** de forma que a altura seja representada pela fração $\frac{3}{5}$, com a base pela fração $\frac{1}{2}$. Qual é a área?

____

7) O que acontece com denominador, na multiplicação de frações?

____

8) E o que acontece com o numerador?

____

9) Então, como procedemos para realizar a multiplicação de frações?

____

Vamos fazer mais algumas multiplicações com frações?

10) Com os controles deslizantes **c** e **d** posicionados de forma que a base meça $\frac{1}{5}$, mova **a** e **b** para que a altura meça $\frac{2}{5}$. Qual a medida da área?

____

11) Mova os seletores **c** e **d** para que a base meça $\frac{2}{5}$. Qual o valor da área?

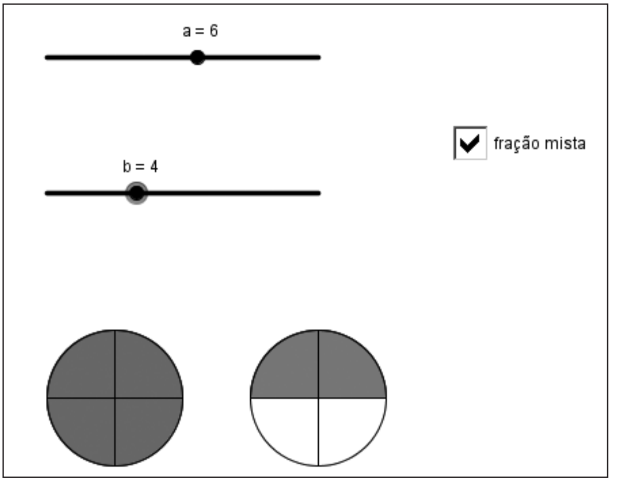
____

12) Mova os controles deslizantes **c** e **d** para que a base meça $\frac{3}{5}$. Qual o valor da área?

____

Tarefa 12

Com a ajuda do professor, abra o arquivo ***“Tarefa12.ggb”***. Em seguida responda as questões abaixo.



Mova os controles deslizantes *a e b* para:
$a = 1$ e $b = 3$.

1) Qual a fração corresponde à parte pintada de azul?

___

___

___

Mova os controles deslizantes *a e b* para:
$a = 3$ e $b = 3$.

2) Qual a fração representada?

___

___

___

3) Clique no botão fração mista e observe o que ocorre com o círculo?

4) Que fração representa a parte pintada de azul do círculo?

Marque a caixa "*fração mista*" (clique na caixa) e mova os controles deslizantes *a e b para:* .

5) Qual a fração correspondente à parte pintada?

6) Quantos círculos foram necessários nesse caso? Por quê?

Desmarque a caixa "fração mista" (clique novamente na caixa).

7) O que ocorreu com o primeiro círculo? Mudou a quantidade de partes coloridas?

Mova os controles deslizantes para:
"*a*" = 8 e "*b*" = 7.

8) Qual a fração que representa as partes azuis? Represente-a como uma fração imprópria e como uma fração mista.

Tarefa 13

Quando dividimos um número pelo outro é normal fazermos perguntas do tipo: Se tenho 10 ovos e quero dividir a mesma quantidade em 2 caixas, quantos ovos caberão em cada caixa?

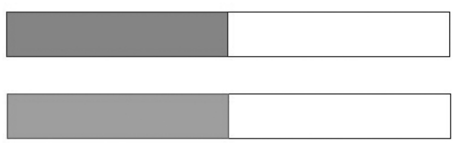
Assim, temos a divisão associada a distribuir uma quantidade em outra. Porém há outras perguntas que também usam operações de divisão, como:

- Quantos grupos de 2 unidades posso fazer com 12 balas?
- Supondo que queira transportar 12 ovos de um lugar a outro, mas que só disponha de um compartimento para levar 2 ovos por vez sem quebrá-los, posso perguntar: Quantas vezes vou ter que fazer o percurso de ida para transportar os 12 ovos?
- Ou ainda: Quantas vezes o 2 cabe no 12?

Quando trabalhamos com frações, e não temos números inteiros, a pergunta que normalmente fazemos é a última: Quantas vezes uma fração cabe em outra. Portanto, fazer a divisão $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$, por exemplo, equivale a perguntar quantas vezes o $\frac{2}{5}$ cabe no $\frac{3}{5}$?

Vamos ver como isso pode ser feito.

Abra o arquivo do GeoGebra ***"Tarefa13.ggb"***, veja que nele estão representadas duas frações conforme a Figura.



Perceba que há quatro controles deslizantes denominados por **a**, **b**, **c** e **d**. E como é mostrada no arquivo a divisão está na forma $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$.

Mova os controles deslizantes para os valores "a" = 1, "b" = 2, "c" = 1 e "d" = 5. Observe o que ocorre na divisão $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ e nas figuras obtidas.

Clique em ☐ etapa 1.

1) Quantas vezes você acredita que a parte vermelha cabe na parte azul?

____

____

Verifique sua resposta clicando na ☐ etapa 2.

2) Que fração representa a parte vermelha sobreposta a azul?

Verifique sua resposta clicando na ☐ etapa 3.

Desative todas as etapas marcadas.

Mova os controles deslizantes para os valores “a” = 4, “b” = 5, “c” = 2, “d” = 7.

Clique na ☐ etapa 1 para ativar a animação.

3) Quantas vezes você acredita que a parte vermelha cabe na parte azul?

Clique na ☐ etapa 2 e verifique se já é possível escrever uma fração que corresponda a essa divisão.

Clique na ☐ etapa 3 e escreva a fração correspondente a essa divisão.

Desative todas as etapas marcadas.

Mova os controles deslizantes para os valores a=1, b=4, c=2, d=5.

Clique na ☐ etapa 1 para ativar a animação.

4) Quantas vezes a parte vermelha cabe na parte azul?

Clique na ☐ etapa 2 e responda: Que fração representa a parte vermelha sobreposta a azul?

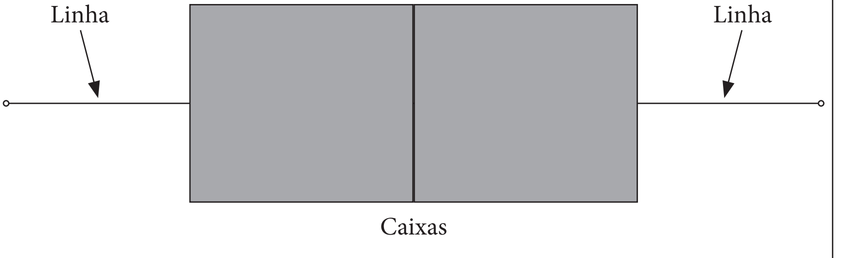
ESTATÍSTICA: gráficos e medidas

Para entender alguns gráficos estatísticos e medidas de tendência central, leia e realize as tarefas com atenção. Sempre que precisar peça ajuda ao professor.

Tarefa 1: Pacotes de Balas

Ariel Marczaki
Marília Dranka
Dirceu Scaldelai
Everton José Goldoni Estevam

O que é o Diagrama de Caixas (Box-Plot)?



O Diagrama de Caixas (Box-Plot) é uma representação gráfica formada por linhas e caixas (figura acima). Pra compreendê-lo, salienta-se que as linhas são delimitadas pelo ponto e a extremidade das caixas e as caixas são os retângulos vermelhos.

Em uma determinada empresa que fabrica e embala balas em pacotes, o setor de controle de qualidade supervisiona a linha produção com o intuito de prezar pela qualidade de padronização. Contudo, algumas variações nos conteúdos das embalagens de 700 gramas são identificadas diariamente em amostras coletadas. Em uma amostra de doze pacotes, que foram coletados aleatoriamente, foram registradas as seguintes quantidade de balas.

Quantidade de Balas por pacote					
98	100	101	98	99	100
102	100	101	101	100	98

Mova o seletor “Amostras” e observe o que acontece com os valores da tabela e o com o Diagrama de Caixas (Box-Plot). Considerando suas observações sobre o Diagrama de Caixas, responda as seguintes questões:

1) Observando a quantidade de balas por pacote na tabela **“Quantidade de balas por pacote”** (Amostra 1) e sabendo que o peso do pacote é 700 gramas, qual é a(o) massa/peso média de cada bala?

____

____

2) O que a linha vermelha representa nesse gráfico? Qual o valor dela (Amostra 1)? Onde mais esse valor está representado no arquivo do GeoGebra?

____

____

3) O que está representado nas bolinhas no fim das linhas do Diagrama de Caixa (Box-Plot)?

____

____

4) O que está representado nas linhas verticais das caixas? Qual lado possui maior quantidade de balas por pacote? Justifique.

____

____

5) Mova o seletor “Amostras” novamente e verifique o que acontece com o Diagrama de Caixas. Quando as caixas/linhas ficam maiores? E quando ficam menores? Que conclusão você chega com essas visualizações?

____

____

Tarefa 2: Desempenho da Turma

Patrícia Andressa Maieski
Willian Burgardt de Souza
Clara Caroline Uniat
Dirceu Scaldelai
Joaide Bughai

A tabela e o gráfico apresentados no arquivo "Tarefa_2_Notas_disciplina.ggb" do Geogebra servirão de base para suas análises. Eles representam as notas obtidas por alunos da "Turma X" na disciplina de Língua Portuguesa num determinado bimestre. Abra o arquivo no GeoGebra e responda as questões abaixo.

1) Qual seria o valor (ou o intervalo de valores) que melhor representa as notas da turma (dados iniciais)? Por quê?

2) Que **relações** você(s) percebe(m) **entre** a **tabela** e o **gráfico** (altere as quantidades na tabela na coluna "Nº Alunos" e observe o que ocorre no gráfico)?

3) Que informação(ões) apresentada(s) na tabela (coluna) estão representadas no eixo horizontal? De que maneira estão organizadas?

____

____

____

____

4) O que está representado no eixo vertical do gráfico? Que informação(ões) apresentada(s) na tabela altera(m) as colunas do gráfico?

____

____

____

____

5) O que está representado pela linha vermelha? O que acontece com a posição que essa linha ocupa quando as quantidades são alteradas na coluna "Nº Alunos" da tabela? Por que isso acontece?

____

____

____

____

6) Existe valor máximo e valor mínimo para a linha vermelha? Quais são eles?

____

____

____

____

Tarefa 3: Eleições

Jocemar Pontes Ribeiro
Clara Caroline Uniat
Willian Burgardt de Souza
Everton José Goldoni Estevam
Dirceu Scaldelai

Em um ano eleitoral foi feita uma pesquisa de intenções de votos com 360 eleitores. Havia três candidatos disputando a eleição e foram levados em consideração aqueles eleitores que votariam em branco ou que ainda estavam indecisos. Com os dados coletados foram construídos uma tabela e um gráfico de setores.

1) O que cada setor do gráfico representa?

____

____

2) Considerando que uma circunferência tem 360 graus, que quantidade de eleitores é representada por 1 grau no gráfico de setores? Por quê?

____

____

3) Se fossem pesquisados 540 eleitores, qual seria a relação entre graus e quantidade de eleitores?

____

____

4) Se a proporção fosse de 2 eleitores para 1 grau, quantos eleitores seriam consultados? Por quê?

____

____

5) Sendo o total de 360 eleitores (situação inicial), qual a porcentagem de votos de cada candidato? E se fossem 900 eleitores e mantidas as porcentagens, quantos votos cada candidato receberia?

____

____

6) Outra pesquisa foi feita, em que foram apontados os seguintes dados:

Candidatos	Quantidade de votos	Porcentagem
A	150	
B	75	
C	225	
Brancos e Nulos	50	
Total de eleitores	500	

Utilizando o total de eleitores e a quantidade de votos que cada candidato irá receber, determine a porcentagem de votos para cada candidato e complete a tabela acima. Em seguida determine proporções em graus dos ângulos dos setores circulares referentes a cada candidato e, seguindo as orientações abaixo, construa um gráfico de setores no GeoGebra.

Para construção do gráfico de setores no GeoGebra você deve inicialmente abrir um arquivo em branco. Para tanto clique no menu superior em **Arquivo** e depois escolha **Novo**. Assim, aparecerá um arquivo em branco.

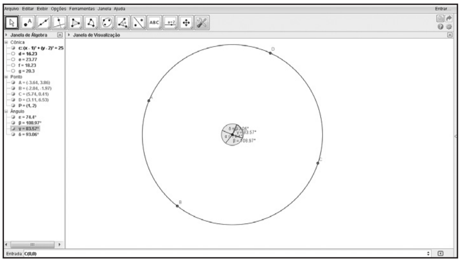
Será necessária a utilização da janela algébrica e da janela de visualização do GeoGebra. Caso alguma delas não esteja aparente, basta clicar no item **Exibir** no menu superior e depois em **Janela Algébrica** (para exibir a janela algébrica) ou **Janela de Visualização** (para exibir a janela de visualização).

1º. Crie um ponto P com as coordenadas (0,0). Para isso, digite na linha de entrada (parte inferior da janela) *P=(0,0).*

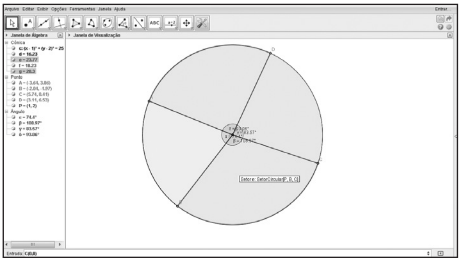
2º. Crie um círculo digitando na linha de entrada (parte inferior da janela) o comando *círculo[(0,0), 5]*. Tal comando criará um círculo de centro no ponto (0,0) e raio 5.

3º. Como são 4 setores, devem ser criador 4 pontos sobre o contorno do círculo. Utilize a ferramenta *ponto* (segundo ícone da barra de ferramentas) e clique em quatro pontos diferentes do contorno do círculo, criando assim os pontos que delimitarão os setores do gráfico.

4º. O próximo passo é estabelecer os ângulos de cada setor. Para tanto, vamos medir os ângulos iniciais delimitados pelos 4 pontos criados e depois ajustá-los àqueles que você calculou inicialmente. Utilize a ferramenta ângulo (oitavo ícone da barra de ferramentas) e meça os 4 ângulos. Para tanto, clique em um dos pontos sobre o contorno do círculo, em seguida no ponto do centro e por fim no ponto que delimita o outro limite do setor (lembrando que o GeoGebra utiliza o sentido anti-horário para fazer a medição do ângulo). Em seguida, clique no ponto em que terminou a medição do ângulo para iniciar a medição do ângulo que segue, repetindo o procedimento anterior, conforme figura abaixo.

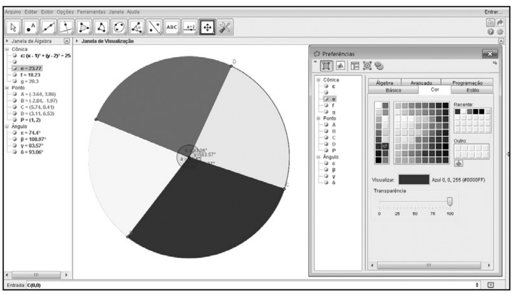


5º. Vamos criar os setores agora. Utilizando a ferramenta *setor circular* (sexto ícone da barra de ferramentas) e crie os 4 setores, de modo semelhante ao que foi feito com os ângulo. No entanto, o primeiro clique deve ser dado no ponto central, para depois clicar no ponto sobre o contorno de círculo e, finalmente, naquele que delimita o setor circular. Vale a pena lembrar novamente que o setor também é criado no sentido anti-horário. Repita o procedimento criando os 4 setores, conforme figura abaixo.

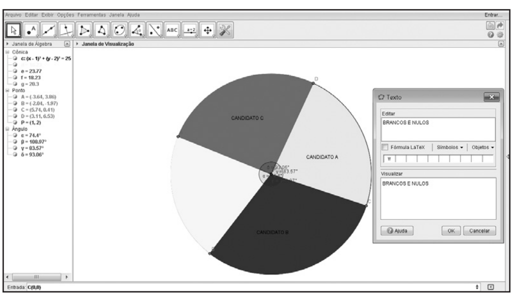


6º. Agora é preciso corrigir os ângulos de cada setor de modo a fazer a correspondência. Utilizando a ferramenta (primeiro ícone da barra de ferramentas) e clique sobre os pontos que delimitam os extremos dos setores alterando seus ângulos. Percebam que quando movem o ângulo muda e o valor numérico (rótulo) também é alterado, tanto no gráfico quanto na janela de álgebra. Movimente-os até que cada um deles corresponda àqueles estabelecidos para cada um dos candidatos, criando um gráfico de setores que represente aquela tabela inicial.

7º. Altere as cores de cada um dos setores do gráfico clicando com o botão direito sobre cada um dos setores, e após em <propriedades> e em seguida em **cor**. Escolha a cor de preferência e coloque transparência 100. Repita o procedimento para cada um dos setores (figura abaixo).



8º. Finalmente identifique o que cada um dos setores representa. Para tanto, utilize a ferramenta de *texto* (décimo ícone da barra de ferramentas) e clique sobre cada setor digitando o que ele representa, por exemplo, Candidato A (figura abaixo). E por fim dê um título para o gráfico.



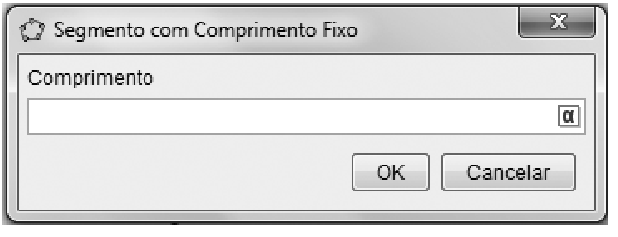
GEOMETRIA: circunferência e círculo

Henrique Cristiano Thomaz de Souza
Norberto José Polsin
Natali Angela Felipe
Suelen Geronço
Isaias Guilherme de Souza Boruch
Celine Maria Paulek
Matheus Mauricio Novinski
Jackson Rodrigo Soares
Cristiane Katchoroski
Marcelo Moreira

Para entender círculos e circunferências, leia e realize as tarefas com atenção. Sempre que precisar peça ajuda ao professor.

Tarefa 1

1º. Crie um segmento de comprimento fixo utilizando a ferramenta "*segmento com comprimento fixo*" . Clique na janela de visualização e digite um valor entre 1 e 5 para o comprimeito do segmento. A ferramenta nomeará dois pontos **A** e **B**, que são as extremidades do segmento criado;



2º. Novamente utilizando a ferramenta "*Segmento Com Comprimento Fixo*" crie outro segmento. Depois de selecionar a ferramenta, clique no ponto **B** e na caixa que aparecerá digite o mesmo valor escolhido por você no 1° passo desta tarefa. O programa nomeará como **C** a outra extremidade do segmento;

3º. O próximo passo será ocultar um dos segmentos criados. Clique com o botão direito sob o segmento **AB** e em seguida, clique na opção *"Exibir Objeto"* Exibir Objeto ;

4º. Clique com o botão direito sob o ponto **C** e em seguida utilize a opção *"Habilitar Rastro"* Habilitar Rastro ;

5º. Selecione a ferramenta *"Distância, comprimento, perímetro"* e depois clique nos pontos **B**e **C**.

6º. Usando a ferramenta *"mover"*, desloque o ponto **C** em qualquer direção;

Agora que você fez a construção no Software, responda:

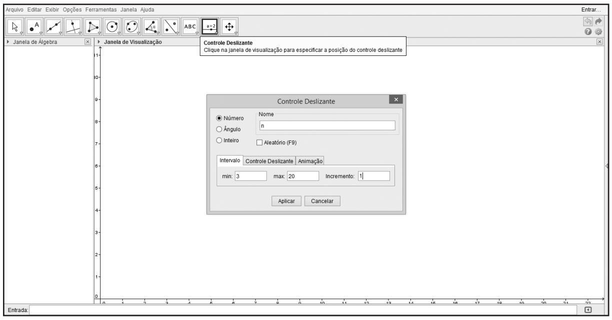
1) Depois de movimentar o ponto **C,** que você pode observar entre seu rastro e o ponto **A**?

2) Quando você movimenta o ponto **C,** o que acontece com a medida do segmento **BC**?

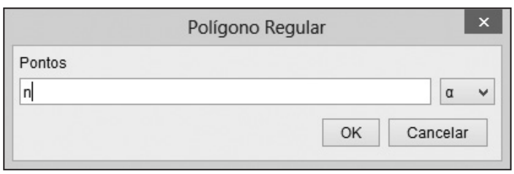
3) Descreva a figura formada pelo rastro do ponto **C**.

Tarefa 2

1º. Primeiramente deve-se construir um seletor, clicando em "*controle deslizante*" e em qualquer lugar sobre a janela de visualização, nomeando-o de n e alterando o intervalo mínimo para 3 o máximo para 20 e o incremento para 1, selecionando aplicar;



2º. Selecione a ferramenta "*Polígono regular*" .Construa dois pontos fixo **A** e **B** e em seguida aparecera a seguinte janela, assim estipule a criação de um polígono regular de n vértices;



1) Sabe-se que o perímetro de um polígono é a soma dos valores dos seus lados. Quando aumentamos o valor do seletor n (com a ferramenta "*mover*" selecionada) de 3 até 20:

a) O que ocorre com os lados do polígono regular criado?

____

____

____

____

b) E com o perímetro?

Observação: Antes de iniciar o 3º passo mova o seletor novamente para n=3.

3º. Use a ferramenta "*Circulo definido por três pontos*", clique em **A** e **B** (pontos fixos) e no outro ponto do polígono regular;

4º. Com a ferramenta *"mover"* selecionada, mova novamente o *"seletor n"*;

2) Observe o que ocorre com a circunferência e o polígono, conforme os valores do seletor n aumentam de 3 até 20 . A partir do que foi observado que relação pode ser estabelecida entre o perímetro do polígono e o comprimento da circunferência?

Tarefa 3

1º. Selecione a ferramenta *"Círculo definido pelo centro e um de seus pontos"* e construa uma circunferência **c**, , ao construir a circunferência serão construídos também os pontos **A**(centro da circunferência) e **B**(ponto na circunferência);

2º. Selecione a ferramenta *"segmento de reta definido por dois pontos"* e construa o segmento de reta determinado pelos pontos **A** e **B**;

3º. Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento (**a**) e selecione o ícone *"Propriedades"* Propriedades ..., na opção *"exibir rótulo"* selecione a opção *"nome & valor"*;

4º. Selecione a ferramenta *"Distância, comprimento, perímetro"* e calcule o comprimento da circunferência **c**;

5º. Selecione a ferramenta *"mover"* e movimente os pontos **A** e **B** da circunferência e anote os valores do perímetro e do raio. Repita o processo mais quatro vezes e anote os resultados obtidos e com auxílio da calculadora complete a tabela;

	Perímetro	Diâmetro	Perímetro/diâmetro
1			
2			
3			
4			
5			

6º. Digite na caixa de entrada 

o texto **“razão=”+ (perímetroc/(2*a))** ;

7º. Selecione a ferramenta *“mover”*  e movimente os pontos **A** e **B**, observe o que acontece com o valor da razão, do raio e anote. Repita o processo quatro vezes e anote os resultados obtidos na tabela abaixo;

	Perímetro	Diâmetro	Razão
1			
2			
3			
4			
5			

3) Que relação você pode estabelecer entre a os dados anotados na tabela?

____

____

____

____

____

4) Como pode ser reescrita a igualdade encontrada para determinar o comprimento da circunferência c?

____

____

____

____

____

Tarefa 4

1º. Crie um ponto **A** usando a ferramenta *"novo ponto"*;

2º. Crie um segmento com comprimento fixo. Para isso utilize a ferramenta *"segmento com comprimento fixo"*. Crie esse segmento com comprimento fixo (digite o valor desejado) e início no ponto **A**, o programa nomeará o outro ponto de extremidade de **B**;

3º. Usando a ferramenta *"mover"*, clicar no ponto **B** e deslocá-lo;

4º. Usar o mesmo procedimento já utilizado para construir um novo segmento de origem no ponto **A**, com o mesmo comprimento fixado, onde será nomeado o ponto da extremidade de **C**;

5º. Clicar com o botão direito sobre o segmento **AB** criado na opção *"habilitar rastro"*;

6º. Clicar com o botão direito sobre o ponto **B** na opção *"habilitar rastro"*;

7º. Clicar com o botão direito no segmento **AB** e selecionar a opção *"propriedades"*, *"cor"* e mude para uma cor diferente do segmento **AC**;

8º. Usando a ferramenta *"mover"* deslocar o ponto **B**, que deslocará também o segmento **AB**;

1) Movimentando o ponto B que figura foi formada?

2) O que difere essa figura de uma circunferência?

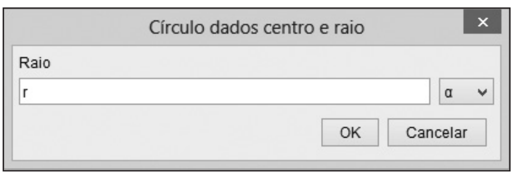
3) Descreva como é formada essa figura:

Tarefa 5

1º. Novamente deve-se construir um seletor, clicando em *"Controle deslizante"* e em qualquer lugar sobre a janela de visualização, o nomeando de **r** e alterando o intervalo mínimo para 0 o máximo para 1 e o incremento para 0.0000001, selecionando aplicar;

2º. Com a ferramenta *"novo ponto selecionada"* crie um ponto, o nomeie como O; clique com o botão direito do mouse sobre o ponto e selecione a opção *"Renomear"* e então digite **O**;

3º. Crie utilizando a ferramenta "*Círculo dados centro e raio*", crie o centro e estabeleça o raio **r**;



4º. Crie um segmento de reta para representar o raio desta circunferência, use "*Círculo dados centro e raio*" e selecione o ponto **O** e a parte inferior da circunferência. Também renomeie o ponto criado sobre a circunferência como ponto **A**;

5º. Clicando sobre a circunferência com o botão direito do mouse selecione a opção "*habilitar rastro*",para alterar a cor prossiga da mesma forma selecionando "*propriedades*" e "*cor*". Mova o seletor **r** criado utilizando a ferramenta *"mover"* ;

1) Quando movemos o seletor r o que ocorre com as circunferências a cada valor do raio?

2) É possível relacionar a área do círculo com as circunferências criadas ao movimentar o seletor r? Descreva essa relação?

Observação: Antes de iniciar o passo 6º mova o seletor usando aferramenta *"mover"* de forma ao raio ser igual a um. Também mova o segmento **AO** para a parte inferior da circunferência, para isso clique no ponto **A** e o desloque.

6º. Criaremos agora um segmento com o comprimento fixo igual ao perímetro da circunferência com início em **A**, ou seja, usando "*Segmento com comprimento fixo*" e clicando no ponto **A** e na janela digitando;

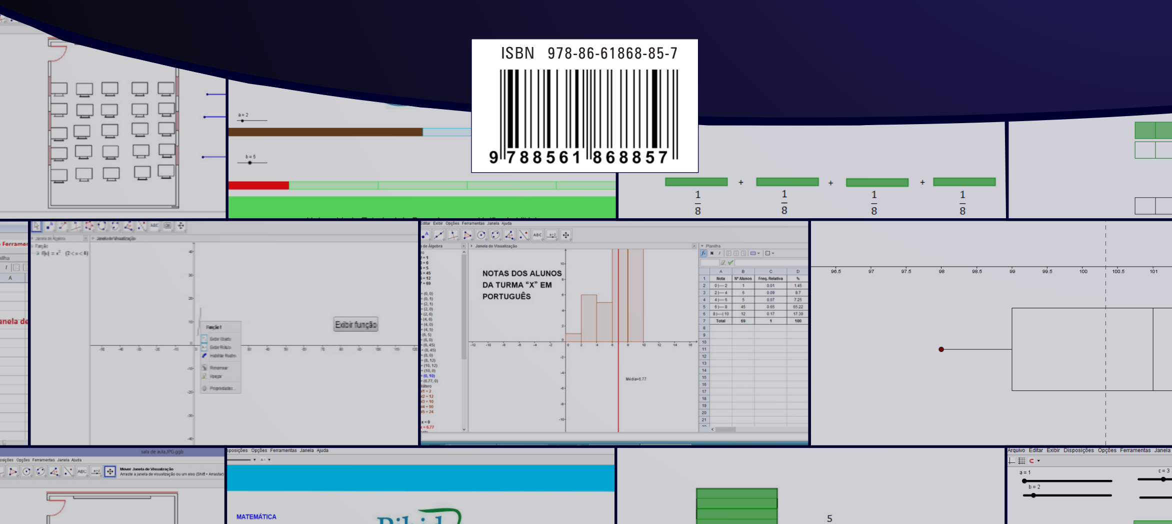
3) Sabendo que a área do círculo pode ser calculada pela soma de todos os comprimentos das circunferências de diferentes raios, como podemos somar estes comprimentos? Para visualizar melhor também habilite o rastro do segmento (utilize o mesmo procedimento do 4º passo, porém escolha uma cor diferente). Novamente mova o seletor r;

4) Todos os comprimentos das circunferências de raios entre 0 e 1 formaram que figura? A figura formada representa a área do círculo. Determine a área do círculo a partir da área da figura:

Com a implantação de laboratórios de informática na maioria das escolas públicas brasileiras, percebe-se atualmente alguns contornos mais bem definidos em relação ao ensino de Matemática, que privilegiam a exploração de tecnologias digitais e, mais especificamente ainda, de recursos computacionais. De modo geral, essas discussões sugerem que os *softwares* direcionados ao ensino de Matemática, entre os quais destacamos o GeoGebra, utilizado em todas as tarefas deste livro, possuem forte potencial para facilitar a autonomia dos alunos a partir da exploração de ideias matemáticas e, por conseguinte, a apropriação dos conceitos e procedimentos com significado.

Nessa percepção, o presente livro abarca discussões teóricas e proposições práticas envolvendo *o GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*, particularmente no campos das *frações, estatística, círculo e circunferência*. Trata-se de um convite à reflexão sobre as possibilidades que a exploração de um *software* de Matemática dinâmica agrega aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, o qual sugere alguns caminhos para os (novos) papéis que alunos e professores podem assumir neste contexto de ensino e aprendizagem.

UNESPAR
Universidade Estadual do Paraná
Pibid Unespar
Pibid
PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA
BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL
CAPES



ISBN 978-86-61868-85-7